

原 注

はじめに

15 彼の著作『アル=ジャブル 『アル=ジャブル・ワル=ムカーバラ』は、インドの十進法という真に破壊的な技術をもたらした。われわれはいささか不正確にこの記数法を「アラビア」数字と呼んでいるが、そのことから『アル=ジャブル・ワル=ムカーバラ』がいかに大きな影響をおよぼしたかがうかがわれる。中世には、アラビア数字の導入とアラビア数字に支えられたアルゴリズムの誕生によって、この新しい数学の支持者「アルゴリスト」と、そろばんをもととするローマ数字を好む伝統的な会計官「アバシスト」とのあいだで激しい争いが引き起こされた。熾烈な戦いが繰り返され、フィレンツェでは1399年に銀行でのアラビア数字の使用を禁じる法律が成立した。ローマ数字も言葉で数を記す方法に代わる革新的技術として誕生したときには「数量を表すには不向きである。なぜなら名前は名前としての役割を果たすために発明されたものだからだ」と言われ、議論を招いていたのは皮肉である。Murray, *Chapters in the History of Bookkeeping* を参照。

16 バグダッドの近くで Knuth, “Ancient Babylonian Algorithms” で詳細な分析が行なわれている。アルゴリズムの歴史について詳しくは、数学的アルゴリズムに力点を置いた情報が Chabert, Barbin, and Weeks, *A History of Algorithms* に掲載されている。

16 石の縁を鋭利にしようと これは「ソフトハンマー打製法」と呼ばれる技法である。

17 「科学は一つの知識体系 『サイエンス・アドベンチャー』（カール・セーガン、中村保男訳、新潮選書）。

17 環境から課された問題 合理性に対する古典的なとらえ方の限界（問題を解くのに無限の計算能力と無限の時間が使えると想定すること）については、1950年代に心理学者・経済学者・人工知能のパイオニアであるハーバート・サイモンによる指摘（『人間行動のモデル』〔サイモン、宮沢光一監訳、同文館出版〕）がよく知られており、これによって彼はのちにノーベル賞を受賞した。サイモンは、「制約付き合理性」のほうが人間行動をよりよく説明できると主張した。彼の見解は数学やコンピューター科学に反映されている。アラン・チューリングの同僚だったI・J・グッド（「シンギュラリティー」の概念と、映画『2001年宇宙の旅』でスタンリー・キューブリ

ック監督に HAL 9000 について助言したことで知られる) は、この種の思考を「II 型合理性」と呼んだ。古典的で古いタイプの I 型合理性が正解を得ることだけを目指すのに対し、II 型合理性は時間が精度と同じく重要な価値をもつことを認識し、正解を得るのに要するコストも考慮する。Good, *Good Thinking* を参照。

21 世紀の人工知能の専門家は、実用的な知的エージェントの開発において鍵を握るのは「制約付き最適性」(時間とエラーのあいだで最良のトレードオフができるアルゴリズムを選ぶこと) だという主張もしている。たとえばカリフォルニア大学バークレー校のコンピューター科学者、スチュアート・ラッセル(人工知能に関するベストセラーの教科書『エージェントアプローチ 人工知能』[Stuart Russell・Peter Norvig、古川康一監訳、共立出版]の共著者) や、マイクロソフト・リサーチでマネージングディレクターを務めるエリック・ホーヴィッツなどがこの点を主張している。Russell and Wefald, *Do the Right Thing* および Horvitz and Zilberstein, “Computational Trade-offs Under Bounded Resources”などを参照。本書の著者の一人であるトムは同僚とともにこのアプローチによって人間の認知モデルを作成している。Griffiths, Lieder, and Goodman, “Rational Use of Cognitive Resources”を参照。

18 その人物、アラン・チューリングは Turing, “On Computable Numbers”のセクション 9 において、「チューリング・マシン」と今では呼ばれているものを定義する際にこの機械を人間による演算にたとえたことの妥当性を主張している。2次元の紙を1次元のテープとし、人間の心理状態を機械の状態とし、人間または機械が紙またはテープの周囲を動きながら記号を読み書きするとしたのである。計算(コンピューテーション)は「コンピューター」の仕事であり、当時「コンピューター」と呼ばれるのは計算を行なう人間だけだった。

19 われわれがじつは不合理 『人間この信じやすきもの——迷信・誤信はどうして生まれるか』(T・ギロピッチ、守一雄・守秀子訳、新曜社)、『予想どおりに不合理——行動経済学が明かす「あなたがそれを選ぶわけ」』(ダン・アリエリー、熊谷淳子訳、ハヤカワ文庫)、『脳はあり合わせの材料から生まれた——それでもヒトの「アタマ」がうまく機能するわけ』(ゲアリー・マーカス、鍛原多恵子訳、早川書房)などを参照。

1 最適停止

23 キリスト教徒はみな ケプラーから「身元不詳の貴族」に宛てた 1613 年 10 月 23 日付の手紙より。Baumgardt, *Johannes Kepler*などを参照。

23 大学のカウンセラーの ターキー・ドロップについては、<http://www.npr.org/templates/story/story.php?storyId=120913056> や <http://jezebel.com/5862181/technology-cant-stop-the-turkey-drop> をはじめとして、さまざまところで書かれている。

25 最適停止問題では常に、最適停止の数学について詳しく知りたい人には、Ferguson, *Optimal Stopping and Applications* がすばらしい参考書となる。

25 三七パーセントルールは 秘書問題の性質と起源については、Ferguson, “Who Solved the Secretary Problem?” で詳しく扱われている。

26 娯楽数学を扱ったマーティン ガードナーが紹介したのは「ゲーム・オブ・ゲーゴル」という室内ゲームである。これは 1958 年にミネアポリス = ハネウェル・レギュレーター社のジョン・フォックスと MIT のジェラルド・マーニーが考案したらしい。1959 年 5 月 11 日にフォックスがガードナーに出した最初の手紙には、次のように記されている（ここで引用するガードナー宛ての手紙はすべて、スタンフォード大学に保管されているマーティン・ガードナー関連文書のシリーズ 1、ボックス 5、フォルダー 19 に収められている）。

1 人めのプレイヤーが、重複しない正の数をもつ紙を好きなだけ書く。この紙をシャッフルして伏せ、1 枚ずつめくっていく。2 人めのプレイヤーは好きなときに「ストップ」と言う。このときの数字がすべての数字のなかで最大であれば、2 人めの勝ちである。最大でなければ、1 人めの勝ちとなる。

フォックスはさらに、このゲームでは「1 ゲーゴル」 (10^{100}) という数がよく書かれることから「ゲーム・オブ・ゲーゴル」という名前にしたとも述べている（1 ゲーゴルが最大だと相手に思わせておいて、じつは別の紙に「2 ゲーゴル」と書いたりしたのだろう）。彼によれば、2 人めのプレイヤーにとっての最適戦略は、枚数の半分がめくられるまで待ち、それ以降に前半で最大だった数よりも大きな数が出たらそれを選ぶことだ。こうすると、勝つ確率が 34.7 パーセント付近となる。

ガードナーはこの問題についてもっと情報を得ようと、アルバタ大学の数学者、レオ・モーザーに手紙を出している。モーザーは 1956 年に発表した論文で、この問題によく似た問題を扱っていた (Moser, “On a Problem of Cayley”)。その問題はもともと 1875 年にイギリスの有力な数学者、アーサー・ケイリーが提案したものだった (Cayley, “Mathematical Questions”; Cay-

ley, *Collected Mathematical Papers*)。ケイリーの提案した問題は次のようなものである。

以下のような宝くじを行なうとする。 a ポンド、 b ポンド、 c ポンドのいずれかの額面の券が合計 n 枚ある。ある人が一度くじを引いて額面を見る。もう一度引きたければ引く（残りの $n-1$ 枚から）。引いたくじを見る。もう一度引きたければ引く（残りの $n-2$ 枚から）。これを繰り返して、 k 回以内なら何回でも引ける。そして最後に引いたくじの金額がもらえる。確率論に従って最も有利になるように引く回数を調節した場合、もらえる金額の期待値はいくらか。

モーザーは情報を1つ追加し、券は0から1までのどの値をとる確率も等しいとした。

ケイリーの問題と、それを若干手直ししたモーザーの問題（合わせてケイリー＝モーザーの問題と呼ばれることもある）では、選んだ券の金額が利得となり、問題は平均利得が最大となる戦略を見つけることだ。ケイリーとモーザーの検討した問題が秘書問題（およびゲーム・オブ・グーゴル）と異なるのはこの点であり、最大の数が見つかる確率（この場合、最大の数以外の数はすべて無意味とされる）ではなく、選ばれる数の平均値を最大にすることを目指している。モーザーの1956年の論文は、この問題に対して巧みな解法を提示しただけでなく、最適停止が現実世界にもたらす影響について初めて言及したという点でも注目に値する。モーザーは、考えうる2つのシナリオを論じている。

1. 旅行者問題。自動車で移動する旅行者が、ロードマップに掲載されているモータル n 軒のいずれかに宿泊したいと考えている。最も快適なところがよいが、当然ながら、行程を引き返すことは避けたい。モータルを選ぶのに、どんな基準を用いるべきか。
2. 独身男性のジレンマ。ある独身男性が、自分との結婚を望む女性と出会う。彼はこの女性の「価値」を見積もることができる。彼がこの女性を拒否したら、この女性があとで彼と結婚することはない。しかし彼はこの先も別の女性と出会う可能性があり、出会いのチャンスは全部で n 回あると推定している。彼はどんな状況になったら結婚すべきか。

一連の求婚者の相手をするというアイディアは（登場人物の男女を逆にした形で）、ゲーム・オブ・ゲーゴルを取り上げた1960年のガードナーのコラムに当然ながら登場した。

モーザーはガードナーに正しい解、すなわち37パーセントルールを教えたが、1959年8月26日付のモーザーの手紙はこの問題がもっと早く誕生していた可能性を示唆している。「1959年1月に（シアトルのボーイング・エアクラフト社の）R・E・ギヤスケルが回付したちょっとしたメモにもこれが書かれているのを私は見つけました。彼はこの問題をG・マルサグリア博士によるものとしています」。

ガードナーは、フォックスとマーニーが主張しているのはゲーム・オブ・ゲーゴルを考案したということであって、このゲームが属するもっと一般的なタイプの問題を考案したと言っているわけではない、と寛容な解釈を示し、コラムでその点をきちんと明らかにした。それでも、これ以前から存在した同様の問題を記したさまざまな手紙が送られてきた。数学者のあいだでこの問題が行き交っていたことは間違いない。

26 この問題の起源は驚くほど 秘書問題を扱った論文のなかでも格別に権威のある Gilbert and Mosteller, “Recognizing the Maximum of a Sequence” さえ、「この問題の創造者を特定する試みは成功に至っていない」ことを認めている。Ferguson, “Who Solved the Secretary Problem?” は、秘書問題をめぐる興味深く数学的に詳細な経緯とこの問題のバリエーションを紹介している。ファーガソンは、ガードナーの紹介した問題がじつは未解決だと主張した。相対順位によってのみ区別された一連の応募者から最良の人材を選ぶ確率を最大にするという秘書問題については、多数の人が答えを出していることはすでに明白なはずである。しかしファーガソンは、これがじつはゲーム・オブ・ゲーゴルで生じる問題とは異なるということを指摘した。第一に、ゲーゴルのプレイヤーは紙に書かれた数を知っている。第二に、これは勝敗を競うゲームであり、1人のプレイヤーが数字を選び、相手プレイヤーをだますであろう展開を伴っている。ファーガソンはこちらのもっと手ごわい問題の解法を示しているが、非常にややこしいので、興味のある方は自分で論文を読んでほしい。

26 ハーヴァード大学の数学者 Gilbert and Mosteller, “Recognizing the Maximum of a Sequence.”

27 「彼はミシガン大学の誰か ロジャー・ピンカムからマーティン・ガードナーに宛てた1960年1月29日付の手紙。

27 数学界以外ではおよそ 『驚きの数学 巡回セールスマン問題』（ウ

イリアム・J・クック、松浦俊輔訳、青土社）、『四人のジレンマ——フォン・ノイマンとゲームの理論』（ウィリアム・パウンドストーン、松浦俊輔他訳、青土社）および Flood, “Soft News” を参照。

27 一九五八年に三七パーセント フラッドはガードナーに宛てた 1960 年 5 月 5 日付の手紙にそう記している。この手紙には、正解を記した 1958 年 5 月 5 日付の手紙が同封されていた。ただしフラッドは、アンドリュー・グリーソン、デイヴィッド・ブラックウェル、ハーバート・ロビンズが最近数年のうちにこの問題を解いたと噂されているということも述べていた。

1988 年 5 月 12 日付のトム・ファーガソン宛ての手紙で、フラッドはこの問題の起源についてさらに詳しく語っている（この手紙はミシガン大学にあるメリル・フラッド・アーカイヴに収蔵されている）。高校を卒業したばかりの娘が年上の男性と真剣につきあいたしたとき、フラッドと妻は交際に反対した。1950 年 1 月、ジョージ・ワシントン大学で開かれた会議で娘は議事録をとっていた。その会議でフラッドは「婚約者問題」と自ら名づけた問題を発表した。「当時、私はこの問題を解く気はまったくなく、ただ紹介だけしました。娘がその問題について少しでも考えてくれればと期待したからです。それに、気の利いた手軽な数学問題ではないかと思ったのです」と彼は語っている。フラッドは、その数年後にハーバート・ロビンズが近似解を出し、そのあとで自分が厳密解を出したと示唆している。

28 「秘書問題」という名称で この論文とは、Chow et al., “Optimal Selection Based on Relative Rank” である。

29 今までで最良の応募者 研究文献では、「今までで最良」の応募者 (applicant) は (いささかまぎらわしいと思われるが) 「候補者」 (candidate) と呼ばれている。

31 ここから三七パーセント 37 パーセントルールは、 n 人の応募者について同じ分析を行なうことで導かれる。最初の k 人の応募者をもとにして基準を定めることによって、全体のなかで最良の応募者を選ぶことのできる確率を特定するのである。この確率は k 対 n の比で表すことができ、これを p と呼ぶ。 n が増えるにつれて、最良の応募者を選べる確率が関数 $-p \log p$ に近づいていく。 $p=1/e$ のときにこれが最大となる。 e の値は 2.71828... なので、 $1/e$ は 0.367879441... となり、37 パーセントをわずかに下回る。成功率が p に等しいという数学的一致が起きるのは、 $\log e=1$ だからである。よって、 $p=1/e$ ならば $-p \log p$ はちょうど $1/e$ となる。Ferguson, “Who Solved the Secretary Problem?” において、これの完全な導出がうまく説明されている。

32 この戦略自体と成功の 数学者のジョン・ギルバートとフレデリック

・モステラーはこの対称性を「愉快だ」と言い、Gilbert and Mosteller, “Recognizing the Maximum of a Sequence” でもう少し長く論じている。

34 男女間の性欲の強さは 『人口論』（マルサス、斉藤悦則訳、光文社古典新訳文庫）。

34 私はファーストキスを Thomas, *Front Row at the White House* など出所多数。

34 「この問題は研究済みだ マイケル・トリックが妻との出会いをつづったブログ記事は、2011年2月27日の“Finding Love Optimally,” *Michael Trick's Operations Research Blog*, <http://mat.tepper.cmu.edu/blog/?p=1392>。

34 候補者の人数だけでなく、37パーセントルールが探索期間に直接適用できるのは、候補者が探索期間全体にわたって均等に分布している場合だけである。分布が均等でない場合には、探索期間全体の分布の37パーセントをもっと正確に見極める必要がある。Bruss, “A Unified Approach to a Class of Best Choice Problems” を参照。

34 一八歳から四〇歳までを 少なくとも26歳（18歳から40歳までの期間の37パーセント）まではプロポーズを待つべきとする分析を最初に発表したのは Lindley, “Dynamic Programming and Decision Theory” であり、トリックはおそらくこの論文からアイデアを得ている。

36 伝記によれば、ケプラー ケプラーの話は、『ヨハネス・ケプラー——近代宇宙観の夜明け』（アーサー・ケストラー、小尾信彌・木村博訳、ちくま学芸文庫）、Baumgardt, *Johannes Kepler* および Connor, *Kepler's Witch* に詳しく書かれている。ケプラーの再婚相手探しについて知られていることのほとんどは、ケプラーが1613年10月23日に「身元不詳の貴族」に宛ててオーストリアのリンツから出した手紙による。

36 拒絶の可能性については、Smith, “A Secretary Problem with Uncertain Employment” は、断られる確率が q の場合、最良の応募者を見つけれられる確率を最大にするには、 $q^{1/(1-q)}$ に相当する割合までは応募者を見送り、それ以降は今までで最良の応募者よりもすぐれた応募者がいたら採用する戦略をとるべきだということを示した。この割合は常に $1/e$ より小さいので、オファーをたくさん出せば成功の確率は上がる。残念ながら、この戦略を用いてもなお、拒絶されない場合よりも成功率は低い。最良の応募者を採用できる確率も $q^{1/(1-q)}$ なので、37パーセントルールの成功率よりも低くなるのだ。

37 この場合、数学的には、あとからのアタックが許される場合、最適戦略は、即座のアタックが受け入れられる確率 q とあとからのアタックが受け入れられる確率 p によって決まる。1度目に見送る候補者の割合は、

$\left(\frac{q^2}{q-p(1-q)}\right)^{1/(1-q)}$ という、いかにも手ごわそうな式で与えられる。この拒

絶と呼び戻しを合わせた式は Petruccelli, “Best-Choice Problems Involving Uncertainty” に書かれているが、一度見送った候補者の呼び戻しについてはこれ以前に Yang, “Recognizing the Maximum of a Random Sequence” で検討されていた。

q と p に特別な数字を選ぶと、この式は単純になる。 $p=0$ 、つまりあとからのアタックが必ず拒絶される場合には、拒絶のある秘書問題のルールに戻ることになる。即座にアタックすれば必ず受け入れてもらえる $q=1$ に近づいていくと、アタックを開始すべき時点の割合は e^{p-1} に近づくが、これは常に $1/e$ (e^{-1} とも書ける) より大きい。つまり、1度見送った候補者にアタックできる場合には、様子見にかける時間を長くすべきということだ。これは大いに納得できる。本文では、即座にアタックすれば必ず受け入れられる ($q=1$) が、あとからアタックすると半分は断られる ($p=0.5$) と仮定している。この場合、候補者が 61 パーセントに達するまで様子見をして、それ以降で最良の相手にアタックし、最後の候補者までたどり着いてしまったら必要に応じて前に戻り、全体で最良の相手にアタックすべきである。

ペトルチェッリは、時間の経過とともに候補者の熱意が冷め、拒絶される確率が上がるという可能性についても検討した。候補者に受け入れてもらえる確率が qp^s だとする (s はその候補者に戻るためにさかのぼる必要のある「ステップ」数) と、最適戦略は q 、 p 、 n (n は候補者数) によって決まる。 $q/(1-p)$ が $n-1$ より大きければ、待機戦術に出て、すべての候補者を見たうえで最良の相手にアタックするのがベストだ。そうでなければ、割合が $q^{1/(1-p)}$ に達するまでは待ち、それ以降は今までで最良の候補者よりもすぐれた人が現れたらその人にアタックする。おもしろいことに、これは $p=0$ のときとまったく同じ戦略 (成功率も同じ) である。つまり、時間とともに拒絶される確率が上がるなら、前に断った候補者に戻れるとしてもメリットはないということである。

39 「基準を定めるのに経験 Gilbert and Mosteller, “Recognizing the Maximum of a Sequence.”

40 代わりに閾値ルールを 完全情報ゲームのような最適停止問題を解く際には、結末から始めて前にさかのぼって推論していく「後ろ向き帰納法」を用いるのが一般的な戦略である。たとえばサイコロを投げるゲームで、出た目から変えないか、または最大 k 回まで投げ直すか選べるとする (この例

は Hill, “Knowing When to Stop” による)。ここではどうするのが最適戦略だろう。後ろ向きに考えれば答えを出すことができる。 $k=0$ の場合、選択の余地はなく、最初に出た目から変えられないので、平均で 3.5 点 (サイコロの目の平均は $(1+2+3+4+5+6)/6$) となる。 $k=1$ の場合、平均より上となる 4 以上の目が出たらそのままにすべきで、1、2、3 のいずれかなら次の目に賭けるほうがよい。この戦略に従うと、1 投めで 4、5、6 を出して終える (平均は 5 点) 確率が 50 パーセント、2 投めに進む (平均は 3.5 点) 確率が 50 パーセントなので、 $k=1$ の場合の平均スコアは 4.25 点となる。 $k=2$ の場合は、そのスコアを上回る 5 以上の目が出た場合のみそこでやめるべき……となる。

というわけで、後ろ向き帰納法は古くからの問いにも答えてくれる。「やぶの中の 2 羽より手中の 1 羽」ということわざがあるが、ここで 2.0 羽という数字は正しいのだろうか。数学的に考えると、やぶの中の鳥が何羽ならよいのかは、じつは手の中の鳥の価値によって変わってくる。話をわかりやすくするために鳥をサイコロに置き換えると、1、2、3 の目は「やぶの中」のサイコロ 1 個にもおよばない。4 の目はやぶの中の 1 個に匹敵し、5 の目ならやぶの中のサイコロ 2 個、あるいは 3 個か 4 個にも相当する価値がある。6 の目が出たら、無限大のやぶにひそむサイコロすべてよりも価値がある——そのやぶがどんなものであっても。

ギルバートとモステラーはこれと同じアプローチにより、完全情報の秘書問題で用いるべき一連の閾値を導き出した。彼らの論文では、閾値自体を記述する単純な数式はないが、いくつかの近似が紹介されている。最も単純な近似では、 $n-k$ 人めの応募者の閾値として $t_k = 1/(1+0.804/k+0.183/k^2)$ が与えられる。ランダムな応募者が $n-k$ 人めの応募者よりすぐれている確率が t_k より低ければ、この $n-k$ 人めの応募者を採用すべきだ。 k が大きくなるにつれて分母が大きくなる (しかもそのペースも上がっていく) ので、時間の経過に合わせて閾値を迅速に下げていくべきである。

42 秘書問題については、Freeman, “The Secretary Problem and Its Extensions” に、これらのバリエーションが多数まとめられている。特に有用な成果をいくつかざっと見てみよう。

応募者の人数が 1 人から n 人までの範囲でどの人数も同じ確率で起こりえる場合、最初の n/e^2 人 (n のおよそ 13.5 パーセント) まで様子見をして、それを過ぎたら今までで最良の候補者が現れたところで採用するというのが最適ルールで、成功率は $2/e^2$ となる (Presman and Sonin, “The Best Choice Problem for a Random Number of Objects”)。

応募者の人数は際限なく増ええるが、各応募者についてそこで探索が終了する確率が p の場合、最適ルールは最初の $0.18/p$ 人まで様子見をすることで、成功率は23.6パーセントとなる(同上)。

最良の秘書を見つけないが、探す期間が長引くにつれて探す価値が下がっていくとしよう。 k 人の応募者に会ったあとで最良の秘書を見つけた場合の利得を d^k とすると、利得の期待値を最大にする戦略では、数人の応募者を見たうえで、応募者の総数が多くなれば確実に $1/(1-d)$ より小さくなる閾値を設定する(Rasmussen and Pliska, "Choosing the Maximum")。 d が1に近い場合には、 $-0.4348/\log d$ 人めまで様子見をして、それを過ぎたら今までで最良の候補者が現れたところで採用するのが、最適戦略の近似となる。この戦略に従えば、総数が何人であってもほんの数人を様子見するだけだ。

理想化された秘書採用のシナリオと現実とで異なる点の1つは、現実には最良の秘書を採用する確率を最大にすることを必ずしも目指すわけではないということだ。さまざまな別の目標が検討されており、Chow et al., "Optimal Selection Based on Relative Rank"では、採用される応募者の平均順位を最高にすることを目指す場合には別の戦略があてはまることが示されている。応募者の相対順位を唯一の閾値とするのではなく、一連の閾値を用いる。面接する応募者が増えるにつれて順位の閾値の数字は大きくなっていき、面接官はしだいに基準を下げていく。たとえば応募者が4人いる場合、1人めの応募者の面接時には探索をやめるのに候補者に要求される順位は0位(つまり1人めで終了する可能性はゼロ)だが、2人めでは1位(1人めよりすぐれている場合のみ終了)、3人めでは2位(1位か2位の場合は終了)、4人めでは4位(もうあとがない!)となる。この戦略を用いると平均順位の期待値は1.875で、ランダムに選んだ場合の $(1+2+3+4)/4 = 2.5$ よりもよくなる。この最適閾値を求める式は後ろ向き帰納法で見つけられる。込み入っているので、興味のある読者はもとの論文にあたってほしい。

古典的な秘書問題と平均順位方式の違いについては、さまざまな順位に利得を割り当てる方法に着目して考えることができる。古典的な秘書問題では、最良の秘書を選べば利得1が得られ、それ以外の場合には一律に利得が0となる。平均順位方式では、応募者数から採用者の順位を引いた数に等しい利得が得られる。これを一般化するわかりやすい方法があり、平均順位を最高にする戦略と同様の複数閾値戦略は、応募者の順位の数字が上がるにつれて利得が減少するあらゆる利得関数に関して有効に作用する(Mucci, "On a Class of Secretary Problems")。ほかにもおもしろい一般化がある(恋人探

しで重要な意味をもつ)。最良の相手を選べば利得が1になるが、それ以外を選べると-1になる(選択しなければ0)場合、 $1/\sqrt{e} \approx 60.7\%$ に達するまでは様子見をして、それを過ぎたら今までで最良の人を選ぶ(または、この基準を満たす人がいなければ誰も選ばない)という方法だ(Sakaguchi, “Bilateral Sequential Games”)。そんなわけで、コミットする前に利得関数についてよく考えること!

しかし、最良の人材を見つけただけでなく、その人材と一緒に働く時間も考慮するとしたらどうだろう。ファーガソン、ハードウィック、タマキは論文“Maximizing the Duration of Owning a Relatively Best Object”において、この問題のバリエーションをいくつか検討している。 n 人の応募者のなかで最良の人材と過ごす時間を最大化することだけを求めるなら、最初の $0.204n + 1.33$ 人まで見て、それ以降は今までで最良の人材が現れたところで跳ぶべきだ。一方、今までで最良の人材と過ごす時間を最大化したいなら、 $1/e^2 \approx 13.5\%$ まで様子見をする。相手を探すのに生涯のかなりの割合を費やすような状況(恋人探しなど)では、様子見の時間を短くすることが特に重要となる。

じつは、最良の人を見つけるよりも2番めにすぐれた人を見つけるほうが難しい。ここでの最適戦略は、応募者の半数までは見送り、ここからは今までで2番目の応募者が現れたらその人を選ぶことである(Rose, “A Problem of Optimal Choice and Assignment”)。この場合、求める人が見つかる確率は $1/4$ にとどまる(最良の人を選べる確率は $1/e$)。よって、無理に選ばうとしないほうがよい。

最後になったが、秘書を探している一方で、応募者も職を求めているという事実に着目したバリエーションもある。この新たに加わった対称性(これは恋人探しのシナリオではとりわけ重要な意味をもつ)によって、問題はいっそう複雑になる。インディアナ大学の認知科学者ピーター・トッドは、この複雑性(およびそれを単純化する方法)を詳細に検討している。Todd and Miller, “From Pride and Prejudice to Persuasion Satisficing in Mate Search” および Todd, “Coevolved Cognitive Mechanisms in Mate Search”を参照。

43 住宅の売却は、完全 住宅売却問題は以下の文献で分析されている。Sakaguchi, “Dynamic Programming of Some Sequential Sampling Design”; Chow and Robbins, “A Martingale System Theorem and Applications”; Chow and Robbins, “On Optimal Stopping Rules.” 本書では無限のオファーが来る可能性のあるケースのみを扱ったが、これらの文献では潜在的なオファーの

数が既知かつ有限な場合の最適戦略も提示されている（それらの戦略はオファーが無限の場合ほど保守的でない。有限の機会しかない場合には、閾値を下げるべきなのだ）。オファーが無限の場合には、次のオファーを待つことで生じる価値の期待値にもとづいて閾値を定め、その閾値を超えた最初のオファーを受け入れる。

45 この計算はかなり単純で、オファー価格 p と次のオファーを待つためのコスト c を、それぞれが価格範囲のどのあたりに位置するかを分数の形で示せば（価格範囲の下限を 0、上限を 1 とする〔訳注 価格範囲が 1 万円から 2 万円なら、1 万 5000 円が $1/2$ となる〕）、次に p より高いオファーが来る確率は単純に $1-p$ である。もっとよいオファーが来るなら（または来たとき）、 p に対する相対的な利得の期待額はちょうど $(1-p)/2$ となる。これらを掛け算すると、次のオファーを受け入れた場合の結果の期待値が得られ、これがコスト c 以上ならば次のオファーを待つべきということになる。この式 $(1-p)((1-p)/2) \geq c$ を整理すると $1/2(1-p)^2 \geq c$ となり、 p についてこれを解くと、図 2 に示したとおり、 $p \geq 1 - \sqrt{2c}$ という解が得られる。

46 「最初に高額のおffer 2014 年 9 月 16 日、ローラ・アルバート・マクレイへの直接取材。

46 経済学者はこのアルゴリズム Stigler, “The Economics of Information” および Stigler, “Information in the Labor Market” で、職探し最適停止問題として定式化されている。McCall, “Economics of Information and Job Search” は住宅売却問題の解に相当するモデルの使用を提案し、Lippman and McCall, “The Economics of Job Search” ではこのモデルに対するいくつかの拡張が論じられている。秘書問題で多様なバリエーションが生み出されたのと同様に、経済学者はこのシンプルなモデルがもっと現実に即したものとなるようにさまざまな精緻化を試み、同じ日に複数のオファーが出されることを可能としたり、売り手側のコストを調整したり、探索期間中の景気変動を取り入れたりしている。Rogerson, Shimer, and Wright, *Search-Theoretic Models of the Labor Market* は、職探しにおける最適停止を扱ったすぐれた総説である。

47 過去に閾値を超えて 職探し問題を総説した上の著作によれば次のとおり。「現実には呼び戻しは可能だが、この問題で用いたモデルは静的なもので、ここでは過去に断ったオファーは呼び戻せないものとする。よって、今日受け入れなかったオファーを明日になって受け入れるということは起こらない」（同上）。

47 私が思うに、大学の クラーク・カーの言葉。“Education: View from the Bridge,” *Time*, November 17, 1958 に引用されている。

48 「想定外の交通状況」を 2013年6月、ドナルド・シャープとの直接のやりとり。

49 シャープの考えた解決策 サンフランシスコ市交通局が開発したSF駐車システムとシャープの案にヒントを得た価格変動制について、詳しくは <http://sfpark.org/how-it-works/pricing/> で知ることができる（シャープ自身も顧問として関与している）。このプログラムは2011年に施行され、この種のプロジェクトとして世界初の試みとなった。プログラムの効果に関する最近の分析については、Millard-Ball, Weinberger, and Hampshire, “Is the Curb 80% Full or 20% Empty?” を参照。

50 使用率が九〇パーセント 2013年6月7日、ドナルド・シャープへの直接取材。使用率が90パーセントから95パーセントに上がるというのは、正確には5.555…パーセントの上昇である。

50 無限に続く道路を走って ここで示したような基本的な駐車問題は、DeGroot, *Optimal Statistical Decisions* で問題として紹介されている。この問題の解は、目的地から $-\log 2 / \log(1-p)$ スペースに相当する距離以内で最初の空きスペースに駐車すべきとなる。ただし p は任意のスペースが利用可能である確率。

50 シャープの主張を採用 シャープは *The High Cost of Free Parking* の第17章で、価格設定によって1ブロックあたり平均1個の空きスペースが生じる場合の最適な路上駐車戦略を論じ、これが「欲張り」と怠惰との葛藤によって決まる」と述べている（シャープとの直接のやりとりから）。路上の安い空きスペースを求めて「走り回る」か、それとも有料の駐車場を利用するかという問題は、同書の第13章で扱われている。

51 研究者はこの基本シナリオ Tamaki, “Adaptive Approach to Some Stopping Problems” は場所によってスペースを利用できる確率が異なることを許容し、その確率をすばやく推定する方法を検討している。Tamaki, “Optimal Stopping in the Parking Problem with U-Turn” ではUターンの可能性が加えられ、Tamaki, “An Optimal Parking Problem” ではデフロードのモデルが拡張されて、駐車できる場所が離散的なスペースの集合でない場合として検討されている。Sakaguchi and Tamaki, “On the Optimal Parking Problem in Which Spaces Appear Randomly” では同じく駐車スペースが「連続」である方式を用い、目的地が不明であることを許している。MacQueen and Miller, “Optimal Persistence Policies” ではこの問題でブロックを周回することを許す「連続」バージョンを別個に検討している。

52 「自転車で通勤して 2013年6月7日、ドナルド・シャープへの直接

取材。

52 一九九七年、《フォーブス》 *Forbes*, “World’s Billionaires,” July 28, 1997, p. 174.

53 新興財閥の一角に食い込んだ Paul Klebnikov, “The Rise of an Oligarch,” *Forbes*, September 9, 2000.

53 「一度しか使えないが 2000年10月26日、フランスの《フィガロ》紙によるウラジーミル・プーチンへのインタビュー。

53 彼は秘書問題だけを扱った Berezovsky and Gnedin, *Problems of Best Choice*.

53 勝っているうちにやめる 勝っているうちにやめるにはどうすべきかという問題に対しては、さまざまなアプローチがある。一つは、勝ちの連続回数を最大化するというやり方だ。表の出る確率が p のコインを投げているとする。コインを投げるたびに c ドルの賭け金を払い、表が出たら1ドルもらえるが、裏が出たらそれまでに獲得した賞金をすべて失う。この場合、コイン投げはいつやめたらよいのだろう。その答えは1972年にノーマン・スターが示している。表が r 回出たときだ。ただし r は $p^{r+1} \leq c$ となる最小の数とする。つまり、 $p=1/2$ のふつうのコインを使い、1回に0.10ドルの賭け金がかかるなら、4回続けて表が出たところですぐにやめるべきだ。Starr, “How to Win a War if You Must” では表の出方の分析が扱われており、そこでは消耗戦で勝つためのモデルとしてその分析が提示されている。Ferguson, “Stopping a Sum During a Success Run” では、もっと広範な分析が紹介されている。

表の出る連続回数の最大化は、ビジネスにおけるある種の状況にとっても有効なアナロジーとなる。連続して行なわれる取引で、準備にコスト c を要し、成立する確率が p で、成功すれば利得 d が与えられるが、失敗したらすべての利得が失われる場合、 r ドル（ただし $p^{r/d+1} \leq c/d$ ）稼いだら手を引くべきである。欲をかいた麻薬密売人は覚えておくこと。

本文中で取り上げた泥棒問題では、1回の盗みで手に入る平均額を m 、逃げられる確率を q とする。ただし $1-q$ の確率で捕まり、その場合にはすべてを失うことになる。この場合の答えは、稼ぎの累計が $mq/(1-q)$ 以上に達したらやめることだ。この泥棒問題は Haggstrom, “Optimal Sequential Procedures When More Than One Stop Is Required” において、泥棒が逃亡先の町を決めるというもっと複雑な問題の一部として扱われている。

54 二〇一三年三月、パーク “Boris Berezovsky ‘Found with Ligature Around His Neck,’” *BBC News*, March 28, 2013, <http://www.bbc.com/news/>

uk-21963080などを参照。

54 検視の結果、公式見解 Reuters, “Berezovsky Death Consistent with Hanging: Police,” March 25, 2013, <http://www.reuters.com/article/2013/03/25/us-britain-russia-berezovsky-postmortem-idUSBRE92O12320130325>などを参照。

55 友人たちは湖岸でたき火 Hoffman, *The Oligarchs*, p. 128.

55 逐次的意思決定問題の 最適停止ルールが存在するための条件の1つは、可能な限り最良の時点で停止した場合の平均利得が有限でなくてはならないということである (Ferguson, *Optimal Stopping and Applications* を参照)。

「3倍かゼロか」のゲームはこの条件に反している。表が k 回出たあとで裏が1回出るとすると、最も強いプレイヤーが裏の出る直前にやめた場合にもらえる利得は $3^k - 1$ で、こうなる確率は $1/2^{k+1}$ なので、 k 回の平均利得は無限となる。

保有する金額が多くなれば金の価値を低く評価するようになる——金銭的な利得が3倍になってもその金に認められる効用は3倍にはならないかもしれない——と考えればこの問題が解消できるのではないかと思う人には、ちょっと見方を変えてほしい。効用が3倍となるような利得を設定すれば、最適停止ルールが存在しないゲームは依然として存在しうる。たとえば、金の効用が金額の対数関数として増大するなら、ゲームは「3乗かゼロか」となる。次の賭けでもらえる可能性のある金額が、勝つたびに3乗ずつ増えていくのだ。

おもしろいことに、全財産を常に賭ける「3倍かゼロか」のゲームには最適停止ルールが存在しないが、手持ちの資金のうち賭ける金額を自分で決められる場合にはこのようなゲームをプレイするのに有効な戦略がある。その一例が、J・L・ケリー・ジュニアの名にちなんだ「ケリーの公式」で、これは Kelly, “A New Interpretation of Information Rate” で初めて論じられた戦略である。確率 p で賭け金の $b+1$ 倍を払い戻してくれる連続した賭けにおいて、手持ちの資金から $(p(b+1)-1)/b$ の割合で賭け続ければ、リターン率を最大にすることができる。「3倍かゼロか」のゲームでは、 $b=2$ 、 $p=0.5$ なので、手持ちの資金から毎回4分の1ずつ賭けるべきで、全額を賭けてはならない。そんなことをしたら確実に破産する。ケリーの公式については、パウンドストーンの『天才数学者はこう賭ける——誰も語らなかつた株とギャンブルの話』（松浦俊輔訳、青土社）でわかりやすく説明されている。

56 この世で生きるの是一次度 この言葉の出どころはあまり定かでないが、あるクエーカー教徒の言葉として19世紀後半から引用されており、遅くと

も 1893 年にはグルレの言葉とされていたらしい。詳しくは W. Gurney Benham, *Benham's Book of Quotations, Proverbs, and Household Words*, 1907 を参照。

57 午後を有効に使うこと。『ティンカー・クリークのほとりで』（アニー・ディラード、金坂留美子・くぼたのぞみ訳、めるくまー）。

57 一九九〇年代、ラパポート Seale and Rapoport, “Sequential Decision Making with Relative Ranks.”

57 ほとんどの被験者は 同上。「見る」から「跳ぶ」に切り替える標準的なタイミングは、応募者が 40 人の場合は 13 人め、80 人の場合は 21 人めとなったときであり、割合でいうとそれぞれ 32 パーセント、26 パーセントの応募者と会ったあとだった。

58 「私はもともとひどく 2013 年 6 月 11 日、アムノン・ラパポートへの直接取材。

58 シールとラパポートは、Seale and Rapoport, “Sequential Decision Making with Relative Ranks.”

59 「探索をしばらく続けると 2013 年 6 月 26 日、ニール・ピアデンとの直接のやりとり。Bearden, “A New Secretary Problem” も参照。

59 このせいで最適停止問題 この種の主張を最初にしたのはハーバート・サイモンで、この業績がノーベル賞の受賞理由の一部となった。サイモンは、ひょっとすると将来性が見込めないかもしれない「経営行動学」というテーマで博士論文を書いて、政治学者としての目覚ましいキャリアのスタートを切った。彼は現実の人間からなる組織の意思決定過程を解明するという問題を追究するなかで、数理経済学の示す抽象的な意思決定モデルに不満を募らせていった。それらのモデルは、合理的行動には選択肢をしらみつぶしに検討することが必須だとする見方に沿ったものだったのだ。

組織の意思決定が実際にはどのようなふうになるのかを研究することによって、サイモンは従来の想定が間違っていることを突き止めた。そこで別の見方が必要となった。彼は論文“A Behavioral Model of Rational Choice”でこう述べている。「必要なのは、経済人間のもつ完全合理性を排し、人間を含めた生物が自らの存在する環境において実際にもつ情報アクセスと計算能力に見合った合理的行動に置き換えることである」。

人間による選択についてのもっと現実的な説明としてサイモンが提示した解決策（彼自身は「満足化」と呼んだ）では、経験を使って「十分によい」満足のいく結果の閾値を定めたうえで、その閾値を超える最初の選択肢を選ぶ。このアルゴリズムには、本章で検討してきた最適停止問題の解と同じ性

質がある。最適停止問題では、閾値は一定の時間を費やして選択肢の範囲を把握することによって決まる（秘書問題の場合など）か、あるいはさまざまな結果の出る確率に関する情報にもとづいて決まっていた。実際、サイモンは議論の中で例として住宅の売却を使っており、やはり本書で紹介したのと類似した解を提示している。

59 最適停止に関する最も Ferguson, *Optimal Stopping and Applications* のこと。

2 探索と活用

62 「新たな友をつくれ Joseph Parry, “New Friends and Old Friends,” in *The Best Loved Poems of the American People*, ed. Hazel Felleman (Garden City, NY: Doubleday, 1936), 58.

62 「これほど豊かですばらしい Helen Steiner Rice, “The Garden of Friendship,” in *The Poems and Prayers of Helen Steiner Rice*, ed. Virginia J. Ruehlmann (Grand Rapids, MI: Fleming H. Revell), 47.

64 「仕事をしていても、2013年9月5日、スコット・ブラジェンホーフへの直接取材。

64 この妙な名前は、カジノ メリル・フラッドに宛てた1955年4月14日付の手紙（ミシガン大学のメリル・フラッド・アーカイヴで閲覧可能）で、フレデリック・モステラーがこの名の起源にまつわる話を記している。モステラーと共同研究者のロバート・ブッシュは、学習の数学的モデルの研究をしていた。これはのちに数理心理学と呼ばれるようになった学問の初期の一例であり、本書の著者の一人であるトムが今やっている研究の基盤にもなっている。モステラーとブッシュが特に関心をもっていたのは、T字型迷路の縦辺の端に動物を置いて、左右のどちらへ進むか決めさせる一連の実験である。どちらに行くかによって、報酬となる餌が出現したりしなかったりする。二人は人間を使ってこの行動について調べようと、2本のレバーを備えた装置を用意して、被験者にレバーを引かせることにした。モステラーはこの装置を「2本腕のバンディット」と呼んだ。彼はそれからこれを数学的問題として同僚らに紹介し、それがやがて一般化されて多腕バンディットと呼ばれるようになった。

Berry and Fristed, *Bandit Problems* では、多腕バンディットが広範に紹介されている。本章では、各マシンで当たる確率は異なるが利得の大きさは同じという状況で、各マシンが利得をもたらしたりもたらさなかったりするバンディットに注目する。コイン投げを表す確率分布がベルヌーイ分布（17

世紀スイスの数学者のヤコブ・ベルヌーイに由来) と呼ばれることから、このタイプのバンディットは研究文献においてベルヌーイ・バンディットと呼ばれている。これ以外にも、各マシンで得られる利得がさまざまに異なって分布しているが、その分布状況がわからないという、別のタイプの多腕バンディットも可能である。

65 二台めが本当はどのくらい 期待値の高いほうのアームを引くという「近視眼的」な戦略が、場合によってはじつは最適となる。Bradt, Johnson, and Karlin, “On Sequential Designs for Maximizing the Sum of N Observations” は、2本腕バンディットで当たる確率（一方の腕の確率を p_1 、他方の腕の確率を p_2 とする）が $p_1 + p_2 = 1$ を満たすなら、この戦略が最適であることを示した。そして (p_1, p_2) が値 (a, b) または (b, a) をとる（つまり p_1 が a なら p_2 は b 、またはその逆）という確率のペアについてもこれが成り立つと推測した。これが正しいことは Feldman, “Contributions to the ‘Two-Armed Bandit’ Problem” によって証明された。Berry and Fristed, *Bandit Problems* は近視眼的戦略についてさらに詳しく記述しており、 p_1 と p_2 おのおのとりえる値が2通りだけという制約がある（たとえば p_1 と p_2 の一方または両方がとれるのは 0.4 か 0.7 だが、試行者にはどちらかはわからない）場合には最も高い期待値を選ぶのが最適であるという結果も紹介されている。

66 「あらゆる人間の行動に Whittle, *Optimization over Time*.

67 「食え、飲め、楽しめ。 「食え、飲め、楽しめ。明日には死ぬ身なのだから」 は、俗な会話やポップカルチャーで使われる慣用句（デイヴ・マッシュズ・バンドの「トリッピング・ビリーズ」のコーラスなど、さまざまな作品で使われている）で、聖書の2つの文言、コヘレトの言葉 8章 15節の「太陽の下、人間にとって／飲み食いし、楽しむ以上の幸福はない」（新共同訳）とイザヤ書 22章 13節の「食らえ、飲め、明日は死ぬのだから」（同）を融合させたものと思われる。

67 「私は住んでいた町を 2013年8月15日、クリス・スタチオへの直接取材。

68 『X-MEN』の六作め Nick Allen, “Hollywood makes 2013 the year of the sequel,” <http://www.telegraph.co.uk/culture/film/film-news/9770154/Hollywood-makes-2013-the-year-of-the-sequel.html>. <https://www.shortofthe-week.com/news/has-hollywood-lost-its-way/> および <http://boxofficemojo.com/news/?id=3063> も参照。

69 最大手クラスの製作会社 「2007年から2011年にかけて、大手メディ

ア企業グループ傘下の映画製作会社 5 社（ディズニー、ユニバーサル、パラマウント、20 世紀フォックス、ワーナー ブラザース）の税引前収入はおおよそ 40 パーセント減少した、とモルガン・スタンレーのベンジャミン・スウィンバーンは言う。「Hollywood: Split Screens,」*Economist*, February 23, 2013, <http://www.economist.com/news/business/21572218-tale-two-tinseltowns-split-screens>.

69 鑑賞券の売り上げも データは <http://pro.boxoffice.com/statistics/yearly> および <http://www.the-numbers.com/market/> による。次の記事も参照。Max Willens, “Box Office Ticket Sales 2014: Revenues Plunge to Lowest in Three Years,» *International Business Times*, January 5, 2015.

69 「コストの増大と収入の “Hollywood: Split Screens,» *Economist*, February 23, 2013, <http://www.economist.com/news/business/21572218-tale-two-tinseltowns-split-screens>.

70 「連合軍の分析担当官の バンディット問題の難しさを述べたホイットルの言葉は、Gittins, “Bandit Processes and Dynamic Allocation Indices” を論じたホイットルの論考に記されている。

70 ロビンズはこれがただの Robbins, “Some Aspects of the Sequential Design of Experiments” で「勝てばキープ、負ければスイッチ」アルゴリズムが紹介されている。

71 ロビンズに続き、「勝てば Bradt, Johnson, and Karlin, “On Sequential Designs for Maximizing the Sum of N Observations” は、一方のマシンの勝つ確率が不明で他方については確率がわかっている場合には「勝てばキープ」が常に成り立つことを示した。Berry, “A Bernoulli Two-Armed Bandit” は、2 本腕バンディットではこの原理が常に成り立つことを証明した。この結果の一般化（およびこれが成り立たないケースの特徴）が Berry and Fristed, *Bandit Problems* で扱われている。

71 ランド研究所の数学者 多腕バンディット問題の「有限範囲」バージョンに対するこの解は、ベルマンの名著『ダイナミック・プログラミング』（小田中敏男他訳、東京図書）で示されている。この本は、最適化や機械学習のさまざまなトピックの出発点として（場合によっては最終到達点としても）すばらしい。ダイナミック・プログラミングは特に、後ろ向き帰納法を必要とする問題（本書の第 1 章で完全情報ゲームを論じたときにも軽く触れた）を効率的に解くことができる。

72 「すぐさま古典となり、Gittins, Glazebrook, and Weber, *Multi-Armed Bandit Allocation Indices* への序文。

74 「少なくともかなりすぐれた 2013年8月27日、ジョン・ギッティンズへの直接取材。

75 《ディール・オア・ノー このゲーム番組は多くの国でスタイルを変えて制作されているが、オリジナルは2000年にオランダで放送が始まった *Miljoenenjacht* (百万長者への道) である。

75 ギッティンズは(《ディール ギッティンズ以前にも、時間配分を固定したこの「1本腕バンディット」問題に対する解を見つけた研究者がいた (Bellman, “A Problem in the Sequential Design of Experiments” および Bradt, Johnson, and Karlin, “On Sequential Designs for Maximizing the Sum of N Observations”))。

75 この戦略なら、利得が ギッティンズ指数の根底にある考えは1972年の学会で最初に発表され、Gittins and Jones, “A Dynamic Allocation Index for the Sequential Design of Experiments” として会議紀要に掲載されたが、正規の論文は Gittins, “Bandit Processes and Dynamic Allocation Indices” である。

76 表3に、九回までの勝ち ベルヌーイ・バンディットにおけるギッティンズ指数の表は、このトピックの包括的なガイドブックである Gittins, Glazebrook, and Weber, *Multi-Armed Bandit Allocation Indices* から採った。ここでは利得の得られる確率がまったく不明だと想定している。

79 探索にはそれ自体の価値 これを極限まで突き詰めると、失敗最少ルールと呼ばれる単純な戦略となる。これは、過去に失敗した回数が最も少ない選択肢を常に選ぶというやり方だ。たとえば初めての町に行ったら、まずはランダムにレストランを選ぶ。そこがよい店だったら次もここに来る。満足できないと感じたら、すぐに別のレストランをランダムに選ぶ。すべてのレストランが期待を満たさなくなるまでこのプロセスを続け、それから満足できた回数の最も多かった店に戻って常連になる。この戦略は「勝てばキープ」の原理にもとづいており、明日の利得が基本的に今日の利得と等しいと考える我慢強いタイプの人にとっては、まさにギッティンズ指数から得られるものである(このルールは Kelly, “Multi-Armed Bandits with Discount Factor Near One” で扱われている。正式には、割引率が極限1に近づく幾何割引のもとで最適となる)。レストランが次々に新規開店している大都市では、単に失敗最少ルールはある店で失敗してもほかに店はいくらでもあるからその店に戻る必要はないという、ごく単純な話となる。

80 行動経済学や心理学 Kirby, “Bidding on the Future” などを参照。

80 選択肢の切り替えに Banks and Sundaram, “Switching Costs and the

Gittins Index”でこのケースが分析されている。

81 後悔も少しはしたが、 フランク・シナトラ「マイ・ウェイ」。アルバム *My Way* (1969) より。作詞ポール・アンカ。

81 私自身は楽観主義者 1954年11月9日、ロンドンで開催された市長晩餐会におけるイギリス首相ウィンストン・チャーチルのスピーチ。Churchill, *Winston S. Churchill: His Complete Speeches* に収録。

81 「やってみれば、失敗しても 『経営者の役割』 (C・I・バーナード、山本安次郎・田杉競・飯野春樹訳、ダイヤモンド社)。

82 自分で見出した枠組み 2001年5月4日、非営利財団アカデミー・オブ・アチーブメントによるジェフ・ベゾスへのインタビュー。http://www.achievement.org/video/bez0-cou-012/。

83 彼はコロンビア大学で Lai and Robbins, “Asymptotically Efficient Adaptive Allocation Rules.”

84 レイとロビンズを皮切り 前掲論文が提案した最初のアルゴリズムが、Katehakis and Robbins, “Sequential Choice from Several Populations” や Agrawal, “Sample Mean Based Index Policies”, Auer, Cesa-Bianchi, and Fischer, “Finite-Time Analysis of the Multiarmed Bandit Problem” などで精緻化されている。最後に挙げた論文では、この種の戦略としておそらく最もシンプルなもの紹介されている。この戦略では、アーム j に $s_j/n_j + \sqrt{(2 \log n)/n_j}$ というスコアを与える。ここで s_j はそのアームで n_j 回プレイして勝った回数、 $n = \sum n_j$ はすべてのアームでプレイした総回数である。これは勝つ確率 (ちょうど s_j/n_j) の上限となる。スコアが最大のアームを選べば、後悔の増大が対数的レベルにとどまることが保証される (ただしこのスコアをちょっと操作すれば、実際のプレイでもっとよい結果が出せる)。

84 この範囲は「信頼区間」と 信頼区間は Neyman, “Outline of a Theory of Statistical Estimation” で初めて扱われた。

85 「不確実性に立ち向かう Kaelbling, Littman, and Moore, “Reinforcement Learning.”

85 同じ原理を、未知なる 2013年11月22日、レスリー・ケルブリングへの直接取材。Kaelbling, *Learning in Embedded Systems* を参照。

86 二〇〇七年、グーグル 『部長、その勤はズレてます！——「A/Bテスト」最強のウェブマーケティングツールで会社の意思決定が変わる』 (ダン・シロカー&ピート・クーメン、栗木さつき訳、新潮社)。

86 A/Bテストとは次の Christian, “The A/B Test.” 2013年8月30日のスティーヴ・ハノフへの直接取材および2013年8月27日のノエル・ウェル

シュへの直接取材からも情報を得た。

87 **オバマの献金サイトの** 2009年5月8日にスタンフォード大学で行なわれたダン・シロカーの講演「大統領選で勝ったデータ利用法」 (<https://www.youtube.com/watch?v=71bH8z6iqSc> で閲覧可能)。Siroker, “How Obama Raised \$60 Million,” <https://blog.optimizely.com/2010/11/29/how-obama-raised-60-million-by-running-a-simple-experiment/> も参照。

88 **アマゾンやグーグル** グーグルが最初にA/Bテストを実施したのは2000年2月27日。Christian, “The A/B Test”などを参照。

88 **企業は自社のサイトの** 『部長、その勘はズレてます』などを参照。

88 **グーグルが二〇〇九年** Laura M. Holson, “Putting a Bolder Face on Google,” *New York Times*, February 28, 2009.

88 **「僕たちの世代で一番頭の** Ashlee Vance, “This Tech Bubble Is Different,” *Bloomberg Businessweek*, April 14, 2011. http://www.bloomberg.com/bw/magazine/content/11_17/b4225060960537.htm.

88 **「僕は見た狂気によって 「吠える」** (アレン・ギンズバーグ、諏訪優訳、思潮社『ギンズバーグ詩集』所収)。

90 **グーグルの年間収入は** グーグルの財務状況は株主向けの四半期報告書に詳述されている。2013年の広告収入は506億ドルと報告され、総収入556億ドルのおよそ91パーセントを占めた。<https://investor.google.com/financial/2013/tables.html> を参照。

90 **オンライン通販は年間** オンライン通販の売り上げ額はフォレスト・リサーチ社による推定。“US Online Retail Sales to Reach \$370B By 2017; €191B in Europe,” *Forbes*, March 14, 2013, <https://www.forbes.com/sites/forrester/2013/03/14/us-online-retail-sales-to-reach-370b-by-2017-e191b-in-europe/> などを参照。

90 **どのアルゴリズムを使う** たとえばクリス・スタチオは「多腕バンディットのアルゴリズムがA/Bテストにまさるのはなぜか」という辛辣な記事を書いたが、「バンディットのアルゴリズムを使ってはいけない——おそらくあなたには役立たない」という等しく辛辣な記事で反撃された。ただし、あとの記事を書いたのもクリス・スタチオだった。https://www.chrisstucchio.com/blog/2012/bandit_algorithms_vs_ab.html と https://www.chrisstucchio.com/blog/2015/dont_use_bandits.html を参照。スタチオの2012年の記事の一部はパラス・チョプラの「多腕バンディットのアルゴリズムはなぜA/Bテストに『勝つ』ことができないのか」 (<https://vwo.com/blog/multi-armed-bandit-algorithm/>) という記事への言及で、このチョプラの記事の一

部はスティーヴ・ハノフの「A/B テストに必ず勝てる 20 行のコード」(<http://stevehanov.ca/blog/index.php?id=132>) に言及していた。

91 彼の話は一九七二年七月 Jean Heller, “Syphilis Patients Died Untreated,” *Washington Star*, July 25, 1972.

91 「ベルモント報告書」 *The Belmont Report: Ethical principles and guidelines for the protection of human subjects of research*, April 18, 1979. <http://www.hhs.gov/ohrp/humansubjects/guidance/belmont.html> で閲覧可能。

93 一九六九年、ニューヨーク Zelen, “Play the Winner Rule and the Controlled Clinical Trial” を参照。これは斬新なアイデアだが、最初に提案したのはゼレンではなく、提案者の栄誉はイエール大学病理学部講師のウィリアム・R・トンプソンのものだ。彼は治療効果の優劣を判定するという問題を定式化し、1933 年に独自の解を提案した (Thompson, “On the Likelihood That One Unknown Probability Exceeds Another”)。

これまでに観察されたエビデンスにもとづいて、ある選択肢が最良である確率とその選択肢が選ばれる確率が合致する設定を用意したうえで、選択肢をランダムにサンプリングする、というトンプソンの解は、機械学習においてこの問題に関する最近の研究の多くで基盤となっている (ランダム性とサンプリングのアルゴリズム的利用については第 9 章で再び取り上げる)。

フレデリック・モステラーもハーバート・ロビンズも、2 本腕バンディット問題に取り組み始めたときにはトンプソンの研究を知らなかったらしい。リチャード・ベルマンはこの「ほぼ無名な論文」の存在を数年後に知ったが、「正直に言うと、この論文に出会ったのはよくあるパターンだった。つまり、関心のある別の論文の載ったジャーナルをめくっていたときに、たまたま見つけたのだ」(Bellman, “A Problem in the Sequential Design of Experiments”)。

94 一九七五年、カリフォルニア州 University of Michigan Department of Surgery, “‘Hope’ for ECMO Babies,” <http://surgery.med.umich.edu/giving/stories/ecmo.shtml>.

94 その後、この患者はすでに University of Michigan Health System, “U-M Health System ECMO team treats its 2,000th patient,” March 1, 2011, <http://www.uofmhealth.org/news/ECMO%202000th%20patient>.

94 当初はECMOの技術と Zapol et al., “Extracorporeal Membrane Oxygenation in Severe Acute Respiratory Failure.”

95 一九八二年から八四年 Bartlett et al., “Extracorporeal Circulation in Neonatal Respiratory Failure.”

- 95 「さらに研究が行なわれない Ware, “Investigating Therapies of Potentially Great Benefit: ECMO” からの引用。Ware and Epstein, “Comments on ‘Extracorporeal Circulation in Neonatal Respiratory Failure’” の結論に言及したもので、さらにこれは Bartlett et al., “Extracorporeal Circulation in Neonatal Respiratory Failure” に関するコメントである。
- 96 「これ以上の無作為割付を Ware, “Investigating Therapies of Potentially Great Benefit: ECMO.”
- 96 ウェアの試験より早く 勝者を残すのが最適であることは、ベリーが 1971 年の博士論文で証明していた。その結果は Berry, “A Bernoulli Two-Armed Bandit” として発表された。
- 96 「ウェアの試験のように Berry, “Comment: Ethics and ECMO.”
- 96 一九九〇年代、イギリス UK Collaborative ECMO Group, “The Collaborative UK ECMO Trial.”
- 97 ECMOをめぐる議論の 2013 年 8 月 22 日、ドン・ベリーへの直接取材。
- 97 二〇一〇年と二〇一五年には 2010 年に FDA が発表した “Adaptive Design Clinical Trials for Drugs and Biologics” は、<http://www.fda.gov/downloads/drugs/guidances/ucm201790.pdf> で、2015 年発表の “Adaptive Designs for Medical Device Clinical Studies” は <http://www.fda.gov/downloads/medicaldevices/deviceregulationandguidances/guidancedocuments/ucm446729.pdf> で閲覧可能。
- 98 一九六六年、エイモス・ この実験は、Tversky and Edwards, “Information Versus Reward in Binary Choices” で報告されている。
- 99 一九九〇年代、ペンシルヴェニア Meyer and Shi, “Sequential Choice Under Ambiguity.”
- 100 心理学者のマーク・ Steyvers, Lee, and Wagenmakers, “A Bayesian Analysis of Human Decision-Making on Bandit Problems.”
- 101 「非正常バンディット」 非正常バンディットは Whittle, “Restless Bandits” で紹介された。この論文では、ギッティンズ指数に似た、いくつかのケースで使える戦略が論じられている。非正常バンディットにおける計算の難しさ（と、したがって最適解は効率的には求めがたいという悲観論）については、Papadimitriou and Tsitsiklis, “The Complexity of Optimal Queuing Network Control” で論じられている。
- 101 世界が変動する可能性 Navarro and Newell, “Information Versus Reward in a Changing World” は、人間の過剰探索は世界が変動しないとい

う想定の結果だとする見方を裏づける最近の成果を紹介している。

101 「事実、半径一〇マイルの 『ウォーキング』 (ヘンリー・D・ソロー、大西直樹訳、春風社)。

102 「コークはコーク 『はくの哲学』 (アンディ・ウォーホル、落石八月月訳、新潮社)。

103 「成長の過程で探索と 2013年8月22日、アリソン・ゴブニックへの直接取材。『0歳児の「脳力」はここまで伸びる——「ゆりかごの中の科学者」は何を考えているのか』 (アリソン・ゴブニック&アンドルー・N・メルツォフ&パトリシア・K・カール、榊原洋一監修、峯浦厚子訳、PHP研究所) も参照。

105 読書をしてきた人なら Lydia Davis, “Someone Reading a Book,” *Can't and Won't: Stories*.

105 スタンフォード大学の Carstensen, “Social and Emotional Patterns in Adulthood” は、本節で論じる基本的な「社会情動的選択性理論」とともに、それを裏づける証拠を提示している。

106 「社会的および情動的 同上。

106 カーステンセンと同僚 Fredrickson and Carstensen, “Choosing Social Partners.”

107 別の実験で、カーステンセン Fung, Carstensen, and Lutz, “Influence of Time on Social Preferences.”

108 カーステンセンの研究 年齢とともに気持ちの充足度が上がることを示す証拠については、Charles and Carstensen, “Social and Emotional Aging” で論じられている。

3 ソート

109 探している語が「a」で Cawdrey, *A Table Alphabeticall* は、世界最古の単一言語による英語辞書である。二分探索の歴史について詳しくは、『The Art of Computer Programming』 (Donald E. Knuth、有澤誠・和田英一監訳、アスキー・ワンゴ) § 6.2.1 を参照。アルファベット順の発明について詳しくは、Daly, *Contributions to a History of Alphabetization* を参照。

109 ダニー・ヒリスはシンキ 『思考する機械コンピュータ』 (ダニエル・ヒリス、倉骨彰訳、草思社)。

110 二〇一三年にプログラミング 2013年1月19日、amit と称するユーザーが「山になった靴下を効率的にそろえるには？」という記事を Stack Overflow (<http://stackoverflow.com/questions/14415881/pair-socks-from-a>

pile-efficiently) に投稿した。

amit (テクニオン・イスラエル工科大学の大学院生アミット・グロス) はこう書いた。「昨日、洗った洗濯物から靴下をペアでそろえていたとき、自分のやり方があまり効率的ではないことに気づいた。何も考えずに、靴下を1つ取ったら、その相棒が見つかるまで次の靴下を取っては戻すという“繰り返し”をしていたのだ。このやり方だと、平均で $n/2 \times n/4 = n^2/8$ 回も靴下を取ることになる。コンピューター科学者として、どうすればよいのかと考えてしまった」。

amit の問いかけに多数の答えが寄せられたが、プログラマー仲間から最も支持されたのは**基数ソート**を使う方法だった。靴下を区分できる基準(色、模様など)を特定して、その基準に従ってすべての靴下を山に分ける。各ソートにつき、すべての靴下を1回ずつ調べるだけでよい。これによって、山の数が増えてサイズが小さくなる。ペアの相棒を見つけるのにこれらの山に入っているすべての靴下を調べる必要があるとしても、所要時間は靴下の総数の2乗ではなく最大の山に含まれる靴下の数の2乗に比例する(基数ソートについて詳しくは、後出のトランプのソートに関する原注を参照)。

しかし、必要となきにペアの靴下を見つけやすくするという目的でそろえているのなら、もっと有効な探索手順を使うことでソートの必要性を下げることができる。

1つの基準だけで異なるソックスがあるとしよう。たとえば色だけが違っていて、靴下の引き出しに3色の靴下がばらばらに入っているとする。この場合、引き出しからランダムに4つ取り出せば、そろったペアが確実に1組はできる(その仕組みを理解するために、最悪のシナリオを想定しよう。最初の3つがすべて別の色というケースだ。4つめは必ず、すでに取り出した3つのいずれかと同じ色のはずだ)。何色あっても、色の数より1つ多く取れば、確実にそろったペアができる。だから、朝にほんの少しだけ時間をかけてもよいなら、わざわざあらかじめすべてをペアにしておく必要はない。

靴下ペア問題に対するこのシンプルな解は「ハトの巣原理」から出てくる。ハトの巣原理とは、19世紀のドイツの数学者、ペーター・グスタフ・ルジューヌ・ディリクレによるものとされる、単純だが強力な数学的アイデアである(Rittaud and Heffer, “The Pigeonhole Principle”)は、ディリクレや彼よりさらに前の言及と思われるものも含めて、ハトの巣原理の歴史をたどっている)。このアイデアはじつに単純だ。ハトの群れが巣に降りたとき、巣穴の数よりもハトの数のほうが多ければ、少なくとも1つの巣穴には複数のハトが入るしかない、という考え方である。コンピューター科学では、ア

ルゴリズムの理論特性に関する基本的事実を確認する際にハトの巢原理を使う。たとえば、サイズの小さいファイルよりもサイズの大きなファイルのほうがたくさんあるものなので、情報を失わずにどんなファイルでも圧縮できるアルゴリズムをつくることは不可能である。

ハトの巢原理を用いると、靴下ペア問題への恒久的な解決策が示唆される。同じ種類の靴下しか買わないことだ。靴下がすべて同じ種類なら、引き出しから2つ出せば必ずペアになっているので、わざわざペアにする必要がない。多くのコンピューター科学者（amitの問いかけに応じたプログラマーの一部も含めて）にとって、これが最もエレガントな方法である。効率的に解けるように、問題の定義を変えたのだ。

ただし最後に一つ注意しておきたい。同じ種類の靴下だけを買う場合、どんな靴下にするか気をつけなくてはいけない。ロン・リヴェストは左右で区別のある靴下を選んでしまったせいで困っている。これだとハトの巢原理が成り立たず、確実にペアをつくるにはペアの総数よりも1回多く靴下を取り出す必要がある。

110 「靴下には参ったよ！」 2013年7月25日、ロナルド・リヴェストへの直接取材。

111 「いらだたい集計用紙 Martin, “Counting a Nation by Electricity.”

111 「この装置はまるで神の 同上。

111 「政府以外にこれを使う Austrian, *Herman Hollerith* に引用されている。

111 彼の会社は一九一一年に Austrian, *Herman Hollerith*.

112 「プログラム内蔵」式 ここで「書かれた」とは文字どおり「手で書き記された」という意味である。著名な数学者のジョン・フォン・ノイマンは1945年にそのソートプログラムを走り書きしたが、そのプログラムを使う計算機が完成したのは数年後だった。コンピュータープログラム全般といえば、チャールズ・バベッジの提案した「解析エンジン」で使うためにエイダ・ラヴレイスが1843年に書いたものまでさかのぼることができるが、計算機自体の記憶装置に記憶させる設計としてはフォン・ノイマンのプログラムが最初だった。それ以前の計算機は、挿入されたパンチカードに従うか、あるいは特定の計算だけをするように配線されていた。Knuth, “Von Neumann’s First Computer Program” を参照。

112 IBMの専用カードソート 同上。

112 一九六〇年代までに、ある 『The Art of Computer Programming』。

114 「ソートの単位コストは Hosken, “Evaluation of Sorting Methods.”

116 二〇〇八年五月一五日、ブラダーチが実際にこれを演じた場面の動画は見つからなかったが、この記録を破ろうと挑戦する人たちの動画はネット上でいくらでも見られる。多くの挑戦者はカードをスートごとに4つに分け、それから各スート内で数字順に並べ替える。ドナルド・クヌースは『The Art of Computer Programming』で「もっと早く作業する方法がある！」と主張している。まず、数字ごとにカードを13の山に分ける（1つの山はすべて2、隣の山はすべて3というふうに）。それからすべての山を1つにまとめて、今度はスート別に4つの山に分ける。こうすると、各スートの山が1つずつでき、各山で数字が順番に並ぶことになる。これは「基数ソート」というやり方で、本章でこの先に論じる「バケットソート」のアルゴリズムと類似している。『The Art of Computer Programming』 § 5.2.5を参照。

116 だいたいこの数と同じ 対象をランダムにばらけさせてから最良の結果を期待するというソート方法は、じつはボゴソートという名前のついたアルゴリズムである（訳注 「ボゴ」は「偽物」を意味する bogus に由来する）。これはコンピューター科学の中で「最悪アルゴリズム設計」という少しばかりふざけた領域の小さな一角を占めている。最適性と最悪性の関係は、悲観と楽観の関係に等しい。最悪アルゴリズムの設計者たちは、起こりえる最悪の計算のパフォーマンスを目指して互いを出し抜こうと競いあっている。

研究を進めた最悪アルゴリズムの設計者は、ボゴソートがじつ是最悪というにはあまりに無駄がなく効率的だと結論した。そこで「改悪」版としてボゴボゴソートが生まれた。このソート法では、漸増的に最初のアイテム2つをボゴソートし、それから最初のアイテム3つ、次に最初のアイテム4つ、という具合に処理していく。やがてリストが手に負えなくなったら、ボゴボゴソートは最初から処理をやり直す。つまりたとえば、トランプでまず最初の2枚を空中に投げたら正しい順番で着地したことが確かめられ、次に最初の3枚を投げてもやはり正しい順番で着地したことが確かめられ、最後に最初の4枚を投げてもやはり正しい順番で着地したということが確かめられるまで、このアルゴリズムは4枚のソートを完成させない。ソートは成功し続けなくてはならず、成功が途切れてはいけぬ。失敗したらもう一度最初からやり直す。ボゴボゴソートについて初期に記したエンジニアの一人は、自分のコンピューターでボゴボゴソートを一晩中走らせたが、7アイテムのリストがいっこうにソートできず、結局コンピューターが気の毒になって電源を切ってしまったと報告している。

あとに続いたエンジニアたちは、ボゴボゴソートも最悪ではないと主張し、さらに一段進んで、データではなくプログラム自体をボゴソートすることを

提案している。つまり、アイテムをソートするソートプログラムが偶然に生じるまで、コンピューターのメモリー内の情報をランダムに動かすのだ。このような怪物的なソートの時間限界については探索がまだ続いている。最悪性の探求は続く。

118 コンピューター科学は、ビッグ O 記法は 1894 年に刊行されたパウル・バッハマンの *Die analytische Zahlentheorie* に始まる。『The Art of Computer Programming』 § 1.2.11.1 を参照。正式には、アルゴリズムの実行時間が $f(n)$ の倍数（係数は正の定数）以下の場合、その実行時間を $O(f(n))$ という。これと似た「ビッグオメガ」記法というのもあり、こちらでは実行時間が $f(n)$ の倍数以上であることを $\Omega(f(n))$ で表す。さらに、実行時間が $O(f(n))$ かつ $\Omega(f(n))$ であることを $\Theta(f(n))$ で表す「ビッグシータ」記法もある。

120 「バブルソートにはぐっと 第 2 章で登場したダン・シロカーの言葉。“The A/B Test: Inside the Technology That’s Changing the Rules of Business,” *Wired*, May 2012 など

を参照。
124 情報処理は一九世紀の 詳しくは『The Art of Computer Programming』 § 5.5 を参照。

124 プログラム内蔵式コン このコンピューターは EDVAC マシンと呼ばれ、フォン・ノイマンのプログラムは当時、軍の最高機密として扱われた。Knuth, “Von Neumann’s First Computer Program” を参照。

125 「コンピューティングの Katajainen and Träff, “A Meticulous Analysis of Mergesort Programs.”

127 産業界の大規模なソート ソートに関する最新記録は <http://sortbenchmark.org/> に掲載されている。2014 年の時点では、1 分間でなんと 3.7 テラバイトのデータをソートしたサムスのチームが最高記録を保持している。これはおよそ 370 億枚のトランプに相当し、このトランプをボーイング 747 型機に積んだら 500 機がいっぱいになる。これと比べれば、ズデニェク・ブラダーチが人力でトランプをソートしたときの記録など、はるかにかすんでしまう。

127 仕切りで区切られた 出庫責任者のトニー・ミランダによると「当館の処理量は、最高で 1 時間に運搬箱 250 個くらいだと思います。平均で 1 時間に 180 個ほどです。ちなみに運搬箱 1 個にはだいたい 40 冊以上入っています」。“KCLS AMH Tour,” November 6, 2007, <https://www.youtube.com/watch?v=4fq3CWsyde4> より。

127 一日八万五〇〇冊の “Reducing operating costs,” *American Libraries Magazine*, August 31, 2010, <http://www.americanlibrariesmagazine.org/>

aldirect/al-direct-september-1-2010.

128 「今年、うちがキング Matthew Taub, “Brooklyn & Manhattan Beat Washington State in 4th Annual ‘Battle of the Book Sorters,’” *Brooklyn Brief*, October 29, 2014, <http://brooklynbrief.com/4th-annual-battle-book-sorters-pits-brooklyn-washington-state/> を参照。

128 マージソートで達成される n 個のアイテムからなる集合は、正確に $n!$ 通りの順列をもちえるので、ソートによってちょうど $\log n!$ 個の情報が生じ、これはおよそ $n \log n$ 個に等しい。 $n!$ は $n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1$ であり、これは n を最大とする n 個の数の積であることを思い出してほしい。したがって、 $n! < n^n$ なので $\log n! < \log n^n$ であり、このことから $\log n! < n \log n$ となる。 $\log n!$ に対するこの近似 $n \log n$ は、18 世紀のスコットランドの数学者ジェイムズ・スターリングにちなんで「スターリングの近似」と呼ばれる。ペアの比較 1 回で得られる情報は最大で 1 個なので、 n 個のアイテムのとりえる $n!$ 通りの順列のうち正しいものはどれかという不確実性を完全に解消するには、 $n \log n$ 回の比較が必要となる。詳しくは、『*The Art of Computer Programming*』 § 5.3.1 を参照。

130 経験的に、3500 番台 2013 年 10 月 15 日、ジョーダン・ホーへの直接取材。

134 一九九六年に「メールの Whittaker and Sidner, “Email Overload.”

134 「このたぐいの整理に関する 2013 年 11 月 14 日、ステイーヴ・ホイッテカーへの直接取材。

135 少し前のことだが、Dodgson, “Lawn Tennis Tournaments.”

137 彼が考えた解決策は、ドジソンの提案した方式に対するコンピューター科学の見地からの批評については、ドナルド・クヌースの『*The Art of Computer Programming*』 § 5.3.3 における「比較最小選択」に関する論考を参照。

139 マーチ・マッドネスは 全アイテムの順位を決めるのではなく、トップ、2 位、中央値など、1 つだけを特定するアルゴリズムはソートアルゴリズムではなく「選択」アルゴリズムと呼ばれる。

140 今では野球のメジャー トリックは、自ら共同設立したスポーツ・スケジューリング・グループ社の一員として働いている。1981 年から 2004 年までは、メジャーリーグのスケジュールはヘンリー・ステイーヴンソンとホリー・ステイーヴンソンという凄腕の夫婦が手作業で作成していた。ESPN は、ジョゼフ・ガーナー監督による短篇映画 *The Schedule Makers* でステイーヴンソン夫妻の物語を記録している。

- 140 たとえばメジャーリーグ 2013年11月26日、マイケル・トリックへの直接取材。
- 142 「たとえば野球では、同上。
- 142 「スコアが三対二なら、Tom Murphy, “Tuning in on Noise?” 2014年6月22日、ブログ *Do the Math*, <http://physics.ucsd.edu/do-the-math/2014/06/tuning-in-on-noise/> に発表。
- 143 アルゴリズムにおいても Ackley, “Beyond Efficiency.”
- 143 「バブルソートは明らかに 『The Art of Computer Programming』 § 5.5。
- 144 実際には、ノイズのある 2013年11月26日、デイヴ・アクリーへの直接取材。Jones and Ackley, “Comparison Criticality in Sorting Algorithms” および Ackley, “Beyond Efficiency” を参照。比較数え上げソート（総当たりソートとも呼ばれる）について詳しくは、『The Art of Computer Programming』 § 5.2 を参照。
- 146 「ある意味で、プロのポーカー 2014年2月20日、アイザック・ハクストンへの直接取材。
- 147 「サルが二匹いるとしま 2014年1月29日、クリストフ・ノイマンへの直接取材。
- 149 「群れが大きくなるにつれて Craig, *Aggressive Behavior of Chickens*.
- 149 こうした分散型ソート 2014年9月10日、ジェシカ・フラックへの直接取材。以下も参照。DeDeo, Krakauer, and Flack, “Evidence of Strategic Periodicities in Collective Conflict Dynamics”; Daniels, Krakauer, and Flack, “Sparse Code of Conflict in a Primate Society”; Brush, Krakauer, and Flack, “A Family of Algorithms for Computing Consensus About Node State from Network Data.” フラックの研究についてもっと幅広く知りたければ、Flack, “Life’s Information Hierarchy” を参照。
- 150 そう、マラソンである ソートアルゴリズムの世界にも、マラソンのように最大の要素値によって所要時間の決まるものが存在する。比肩するものとしてないソート理論において、非常に興味深い（ウィキペディアで当該の記事が完全に削除されるまでは「esoteric」〔深遠な〕と表現されていた）成果が、まったく思いがけない場所から提出された。あの悪名高いインターネット上の掲示板、4chan である。2011年の初めごろ、4chan で匿名の投稿がこう言い放った。「俺って天才。このソートアルゴリズムを見てくれ。俺が考えたやつだ」。その「ソートアルゴリズム」はスリープソートと呼ばれ、未ソートのアイテムそれぞれについて処理のスレッドを生成したうえで、各

スレッドに対してそのアイテムの値に等しい秒数だけ「スリープ」してから「ウェイクアップ」して自己を出力せよと命令する。すると、この最終出力はソートできているはずだ。スリープソートの論理の欠陥を明らかにする実行上の詳細はさておき、スリープソートを額面どおりに受け取れば、かなりおもしろいものを約束してくれると思われる。アイテムの個数にはまったく依存せず、アイテムのサイズに依存するルーチンをもつソートなのだ（したがって、単純明快な $O(1)$ の定数時間ソートにはやはりかなわない）。

152 「金のあるところへ行け。イギリスの実業家、アレクサンダー・テイーン の言葉。 <https://news.ycombinator.com/item?id=8871524>。

152 「たとえば魚を見てください。「総トン数の法則」は実際に海を支配しているらしい。といっても、魚類が全面的な平和主義者だというわけではないらしく、互いの体が同じくらいの大きさの場合には激しく戦う。

4 キャッシュ

154 われわれの知力を実際に 『心理学』（W・ジェームズ、今田寛訳、岩波文庫）。

154 ここで考えるべきことは 1997年8月12日にネットスケープのエンジニア、ジェイミー・ザウインスキーがUsenetに投稿した「問題に直面したとき、『わかってる。正規表現を使おう』と考える人がある。ここで考えるべきことは2つだ」という、プログラミングにまつわる有名なジョークを踏まえた言い回し。

154 「いつからある？ まだ Stewart, *Martha Stewart's Homekeeping Handbook*。

155 「スカート、ズボン、ドレス 『捨てる 残す 譲る』（フランシース・ジェイ、弓場隆訳、デイスカヴァー・トゥエンティワン）

155 「アイテムは品目別に分類 Mellen, *Unstuff Your Life!*

157 とても鋭い知性の持ち主 『ほとんど記憶のない女』（リディア・デイヴィス、岸本佐知子訳、白水Uブックス）。

157 じつはこれこそがコンピューティング ここに記したキャッシュの歴史は、『コンピュータアーキテクチャ——定量的アプローチ』（ジョン・L・ヘネシー&デイビッド・A・パターソン、中條拓伯・天野英晴・鈴木貢監訳、翔泳社）の内容をもとにしている。同書ではコンピューター設計で使われている現代のキャッシュ方法についてもすばらしい記述がなされている。

157 電気「記憶機関」 Burks, Goldstine, and von Neumann, *Preliminary Discussion of the Logical Design of an Electronic Computing Instrument*。

- 158 コンピューティングに Kilburn et al., “One-Level Storage System.”
- 159 「低速なメインメモリー Wilkes, “Slave Memories and Dynamic Storage Allocation.”
- 159 ウィルクスの出した Conti, Gibson, and Pitkowsky, “Structural Aspects of the System/360 Model 85.”
- 160 これは、CPUのトランジスター 1965年にムーアが“Cramming More Components onto Integrated Circuits”に発表した初期の予想では、1年ごとに2倍とされていた。しかし1975年に“Progress in Digital Integrated Electronics”でこの予想を修正し、2年で2倍とした。
- 160 およそ六レベルのメモリー レジスター、L1～L3のキャッシュ、RAM、ディスク。「メモリーの壁」について詳しくは、Wulf and McKee, “Hitting the Memory Wall”などを参照。
- 161 どんどんつめこんで 『緋色の研究』（アーサー・コナン・ドイル、日暮雅通訳、光文社文庫）。
- 161 「[キャッシュは] メインメモリー Wilkes, “Slave Memories and Dynamic Storage Allocation.”
- 162 一九二八年にハンガリー ベラーディの経歴は、口述記録資料として2002年に行なわれたフィリップ・L・フラナによるインタビューにもとづく (<https://conservancy.umn.edu/bitstream/handle/11299/107110/oh352lab.pdf>にて閲覧可能)。ベラーディによるキャッシュアルゴリズムの分析とその結果はBélády, “A Study of Replacement Algorithms for a Virtual-Storage Computer”に記載されている。
- 162 ベラーディが一九六六年に ベラーディ本人によると「1965年に私の書いた論文は15年間にわたってソフトウェア分野で引用文献索引に最も頻繁に掲載された論文となりました」。J. A. N. Lee, “Laszlo A. Belady,” *Computer Pioneers*, <http://history.computer.org/pioneers/belady.html>.
- 164 ベラーディが突き止めた 2年ほどのちに、ベラーディは先入れ先出し法にいくつかの興味深い欠点があることも示した。なかでも特筆すべき点として、まれではあるがキャッシュ容量を増やすとむしろパフォーマンスが低下する「ベラーディの例外」という現象が起きる。Bélády, Nelson, and Shedler, “An Anomaly in Space-Time Characteristics of Certain Programs Running in a Paging Machine.”
- 165 「最近のブラウザー Aza Raskin, “Solving the Alt-Tab Problem,” <http://www.azarask.in/blog/post/solving-the-alt-tab-problem/>.
- 165 エビクションポリシーに もっと複雑なキャッシュアルゴリズムを試

してみたいなら、最長未使用時間（LRU）法のバリエーションとしてよく知られているのは以下のようなものである。

・LRU-K 法：O’Neil, O’Neil, and Weikum, “The LRU-K Page Replacement Algorithm for Database Disk Buffering” では、最後から K 番めの使用時（キャッシュ内にあるが使用回数が K 回に達していないアイテムについてはそのアイテムの最終使用時）からの経過時間に着目している。これによって頻度バイアスが導入される。最後から 2 番めの使用時に着目する LRU-2 法が最も一般的である。

・2Q 法：Johnson and Shasha, “2Q: A Low Overhead High Performance Buffer Management Replacement Algorithm” は、アイテムを 2 つの別個の「キュー」に配置して、わずかな頻度情報をとらえる。アイテムはまず第 1 キューに入り、キャッシュ内にあるあいだに再び参照されると第 2 キューに進む。第 2 キューに入ったアイテムは、LRU 法に従って第 1 キューに戻る。第 1 キューにあるアイテムも LRU 法に従って廃棄される。

・LRFU 法：Lee et al., “LRFU: A Spectrum of Policies That Subsumes the Least Recently Used and Least Frequently Used Policies” は、各アイテムに数字スコアを与え、アイテムが使用されるとスコアを上げ、使用されずに時間が経過するとスコアを徐々に下げていくことにより、最終使用時期と使用頻度を結びつける。

・適応的置換キャッシュ（ARC）法：Megiddo and Modha, “Outperforming LRU with an Adaptive Replacement Cache Algorithm” では、2Q と同じく 2 つのキューを使うが、パフォーマンスに応じてキューの長さを変える。

これらのアルゴリズムはいずれもキャッシュ管理性能テストで LRU 法を上回る成績を示している。

165 画期的なキャッシュ方式は たとえばバヴェル・パンチェカは 2012 年に Dropbox のブログに掲載した記事の中で、Dropbox が LRU 法を使用する理由を論じている。<https://tech.dropbox.com/2012/10/caching-in-theory-and-practice/>.

166 鍵のかかった扉と 私たちがカリフォルニア大学バークリー校を訪れたときに学生がどんな本を読んでいたら知りたい人のために紹介しよう。ソローの『ウォールデン』（酒本雅之訳、筑摩書房など）。ホイットマンの『はく自身の歌』（岩城久哲訳注、大学書林）、コマック・マッカーシー、ジェイムズ・メリル、トマス・ピンチオン、エリザベス・ビショップ、J・D・サリンジャー、アナイス・ニン、スーザン・ソントグに関する評論。ジュノ・ディアスの『ハイウェイとゴミ溜め』（江口研一訳、新潮社）。マイ

ケル・シェイボンの *Telegraph Avenue* と『ユダヤ警官同盟』（黒原敏行訳、新潮文庫）。アニー・ブルーの *Bad Dirt* と *Bird Cloud*。マーク・ストランドの『犬の人生』（村上春樹訳、中公文庫）。フィリップ・K・ディックの『高い城の男』（浅倉久志訳、ハヤカワ文庫）。ウィリアム・カーロス・ウィリアムズの詩と散文のコレクション。チャック・パラニユクの *Snuff*。トニ・モリスンの『スーラ』（大社淑子訳、ハヤカワ文庫）。デニス・ジョンソンの『煙の樹』（藤井光訳、白水社）。ジュリアーナ・スパーの *The Connection of Everyone with Lungs*。ジョリー・グレアムの *The Dream of the Unified Field*。デイヴィッド・セダリスの『すっぱだか』（倉骨彰訳、草思社）、*Me Talk Pretty One Day, Dress Your Family in Corduroy and Denim*。シルヴィア・プラスの *Ariel*、デイヴィッド・マメットの『オレアナ』（酒井洋子訳、劇書房）。D・T・マックスによるデイヴィッド・フォスター・ウォレスの伝記。C・D・ライトの *Like Something Flying Backwards, Translations of the Gospel Back into Tongues, Deepstep Come Shining*。T・S・エリオットの散文。エドガー・アラン・ポーの「ユリイカ」（牧野信一・小川和夫訳、『ボオ 詩と詩論』創元推理文庫などに所収）。ハーマン・メルヴィルの『ピリー・バッド』（飯野友幸訳、光文社古典新訳文庫など）、詩と散文の小品集のコレクション。ヘンリー・ジェームズの『アspanの恋文』（行方昭夫訳、岩波文庫など）、『ある婦人の肖像』（行方昭夫訳、岩波文庫など）、『ねじの回転』（土屋政雄訳、光文社古典新訳文庫など）。『ピリー・バッド』と『ベニト・セレノ』（メルヴィル、原光訳、八潮出版社『メルヴィル中短篇集』などに所収）と「書記バートルビー」（メルヴィル、牧野有通訳、光文社古典新訳文庫『書記バートルビー／漂流船』などに所収）に関するハロルド・ブルームの評論。ユージーン・オニールの戯曲。ニール・ゲイマンの『スターダスト』（金原瑞人・野沢佳織訳、角川文庫）。シャーマン・アレクシーの『リザベーション・ブルース』（金原瑞人訳、東京創元社）。コーマック・マッカーシーの『血と暴力の国』（黒原敏行訳、扶桑社）など。

167 「たとえばメイン・スタックス 2014年9月16日、エリザベス・デューピエイへの直接取材。

169 「じつは、わしらはこの Carroll, *Sylvie and Bruno Concluded*。

169 現在のところ、インターネット Stephen Ludin, "Akamai: Why a Quarter of the Internet Is Faster and More Secure than the Rest," 2014年3月19日に国際計算機科学研究所（カリフォルニア州バークレー）で行なわれた講演。アカマイは自社のウェブサイトで「アカマイはウェブトラフィックの15～30%を扱っています」と表明している (<http://www.akamai.com/>

html/about/facts_figures.html)。

171 「わが社の信条—— Ludin, “Akamai.”

171 アマゾンの巨大な商品発送 アマゾンの「カオス的保管」システムについては、<http://www.ssi-schaefer.de/blog/en/order-picking/chaotic-storage-amazon/> に記述がある。

172 最近になって、アマゾン 注文の多い商品の事前出荷に関する特許は、アマゾン・テクノロジーズ社を代表するジョエル・R・スピーゲル、マイケル・T・マッケンナ、ギリシュ・S・ラクシュマン、ポール・G・ノードストロムによる「予想出荷の方法およびシステム」米国特許 8,615,473 号として 2013 年 12 月 24 日に認可された。

172 それは「予想出荷」に関する たとえば以下を参照。Connor Simpson, “Amazon Will Sell You Things Before You Know You Want to Buy Them,” *The Wire*, January 20, 2014, <http://www.thewire.com/technology/2014/01/amazon-thinks-it-can-predict-your-future/357188/>; Chris Matyszczyk, “Amazon to Ship Things Before You’ve Even Thought of Buying Them?,” *CNET*, January 19, 2014, <http://www.cnet.com/news/amazon-to-ship-things-before-youve-even-thought-of-buying-them/>.

173 二〇一一年、映画評論家 Micah Mertes, “The United States of Netflix Local Favorites,” July 10, 2011, <http://www.slacktory.com/2011/07/united-states-netflix-local-favorites/>.

173 『L A ストーリー』のファイル 2012 年、ネットフリックスはアカマイなどの企業に料金を支払うのをやめて、自前のグローバル CDN の構築を始めたと発表した。Eric Savitz, “Netflix Shifts Traffic to Its Own CDN,” *Forbes*, June 5, 2012, <http://www.forbes.com/sites/ericsavitz/2012/06/05/netflix-shifts-traffic-to-its-own-cdn-akamai-limelight-shrs-hit/> を参照。ネットフリックスのオープンコネクト CDN に関する詳しい情報は <https://www.netflix.com/openconnect> で入手できる。

174 キャッシュは非常に 2013 年 1 月 9 日、ジョン・ヘネシーへの直接取材。

175 「ランニングや運動に 『ワーキング・ウーマンのための超整理法』（ジュリー・モーゲンスターン、中小路佳代子訳、角川書店）。

175 ある女医が、自分はこの Jones, *Keeping Found Things Found*.

176 カリフォルニア大学サン Belew, *Finding Out About* を参照。

176 ハンガーラックを使えば 2013 年 10 月 31 日、リック・プリューへの直接取材。

177 「声を大にして言いたい 2013年12月17日、野口悠紀雄への直接取材。

178 こうして「超」ファイリング 野口の考案した方法は彼の著書『「超」整理法——情報検索と発想の新システム』（中公新書）に書かれている。これを英語でいち早く紹介したのは、翻訳家のウィリアム・リゼである。この方法について書かれたブログ記事はリゼのウェブサイトではもう閲覧できないが、インターネットアーカイブ (<https://web.archive.org/web/20031223072329/http://www.lise.jp/honyaku/noguchi.html>) で閲覧できる。これ以外の情報は、2013年12月17日の野口悠紀雄への直接取材による。

179 一九八五年、ダニエル Sleator and Tarjan, “Amortized Efficiency of List Update and Paging Rules.” この論文は、最長未使用時間法の原理に備わる理論上の特性についてもきわめて明快な答えを出している。

180 「あらかじめその順番が 2013年12月17日、ロバート・タージャンへの直接取材。

180 最長未使用時間の原理 このように最長未使用時間法の原理を自己組織化リストに適用する方法は、先頭に移動アルゴリズムと呼ばれる。

180 これが単に効率的という カテゴリー分類を完全に手放せというわけではない。見た目をもう少し華やかにして、検索プロセスをスピードアップさせたければ、カテゴリー別に色分けしたタブを封筒につけるとよい、と野口は言う。こうすれば、たとえば報告書を探すときにはその色のタブがついたアイテムだけを直線的に探索するだけですむ。この場合も、カテゴリー内では各アイテムが「先頭に移動」ルールに従って並んでいるはずだ。

182 一九八七年、カーネギー 人間の記憶に関するアンダーソンの発見は、Anderson and Milson, “Human Memory” という論文と Anderson, *The Adaptive Character of Thought* という書籍で紹介されている。この書籍は、理想的解決策という観点から日常的な認知を分析するための戦略（本書の著者であるトムやその他の多くの研究者が利用している）の構築に大きな影響を与えている。論文“Human Memory”では図書館の貸し出しに関する統計学的研究を利用しているが、これは Burrell, “A Simple Stochastic Model for Library Loans” で紹介されたものである。

183 心の研究で欠けている コンピューターによる情報検索と人間の記憶の構造とのあいだに見られる関連性についてアンダーソンが研究を始めたころは、情報検索システムを実際に利用したことのない人がほとんどで、当時使われていたシステムはごく初歩的なものだった。検索エンジンの研究によって、情報検索システムのできることの限界が押し広げられ、心と機械の類

似点を見出す新たな可能性が生まれた。たとえばトムと共同研究者らは、グーグルのページランクアルゴリズムの根底にある考え方が人間の意味記憶について解明するのに役立つことを示している。Griffiths, Steyvers, and Firl, “Google and the Mind” を参照。

183 「長らく、自分の説も含めて Anderson, *The Adaptive Character of Thought*.

184 アンダーソンとスクーラー 人間の記憶環境の分析は、Anderson and Schooler, “Reflections of the Environment in Memory” で紹介されている。

185 現実そのものがエビング 「人間の記憶は、驚くほど忠実に、環境に存在する構造を反映する」。同上。

185 「人間の記憶は最適化 同上。

186 大著は大迷惑。もとのギリシャ語は「*μέγα βιβλίον μέγα κακόν*」(mega biblion, mega kakon)。「大きな書物は大きな悪」と訳されることもある。本来は叙事詩への批判を意図していたが、書物が長さ数メートルの巻物だった時代の学者にとって、おそらく大著は見た目以外にも多くの点でわずらわしかっただろう。書物がページ数の記された本の形をとるようになるまで引用や傍証という慣行がきちんと行なわれなかったのも当然である。この歴史に関するすばらしい記述が『大発見——未知に挑んだ人間の歴史』（ダニエル・ブアスティン、鈴木主税・野中邦子訳、綜合社）にある。

187 サイズを大きくすれば、2014年1月9日、ジョン・ヘネシーへの直接取材。

188 テュービンゲン大学の Ramscar et al., “The Myth of Cognitive Decline.”

189 「高齢者にできる最も重要で 2014年2月19日、ビル・マイアーによるマイケル・ラムスカーへのインタビュー。“Provider Exclusive: Michael Ramscar on the ‘Myth’ of Cognitive Decline,” <http://www.providermagazine.com/news/Pages/0214/Provider-Exclusive-Michael-Ramscar-On-The-Myth-Of-Cognitive-Decline.aspx>.

5 スケジュール

191 日々をどう過ごすかと 『本を書く』（アニー・ディラード、柳沢由実子訳、パピルス）。

191 「スケジュールリング Lawler, “Old Stories.”

192 「われわれが何者かは、この言葉はしばしばアリストテレス本人のものとなるが、じつは歴史家で哲学者のウィル・デューラントがアリストテレスの思想のまとめとして（デューラントの言葉で）記したものである。

『西洋哲学物語』（ウィル・デューラント、村松正俊訳、講談社学術文庫）を参照。

192 『ストレスフリーの整理術』 『ストレスフリーの整理術——はじめてのGTD』（デビッド・アレン、田口元監訳、二見書房）。

192 ベストセラーの『カエルを 『カエルを食べてしまえ！』（ブライアン・トレーシー、門田美鈴訳、ダイヤモンド社）。この本では書名のもととなった「毎朝真っ先に生きたカエルを食べれば、その日は無事に過ごせる」という言葉をマーク・トウェインによるものとしているが、それは間違っているかもしれない。ウェブサイトのQuote Investigatorによれば、その出どころは18世紀のフランス人作家のニコラ・シャンフォールである可能性が最も高い。詳しくは<http://quoteinvestigator.com/2013/04/03/eat-frog/>を参照。

192 『戦略的グズ克服術』 『戦略的グズ克服術——ナウ・ハビット』（ネイル・A・フィオーレ、菅靖彦訳、河出書房新社）。

193 「未完の仕事をいつまでも ウィリアム・ジェイムズからカール・シュトゥンプに宛てた1886年1月1日付の手紙。

193 フランク・パートノイは 『すべては「先送り」でうまくいく——意思決定とタイミングの科学』（フランク・パートノイ、上原裕美子訳、ダイヤモンド社）。

194 彼は一九一〇年代に スケジュールリングの歴史においてテイラーとガントが果たした役割については、Herrmann, “The Perspectives of Taylor, Gantt, and Johnson”にまとめられている。テイラーの伝記的事実については、Kanigel, *The One Best Way*も参照した。

194 ガントチャートは今でも ガントチャート用ソフトウェアを販売するリキッドプランナー社は、アマゾン、イケア、スペースXなどが顧客に名を連ねていることをウェブサイト<http://www.liquidplanner.com/death-to-gantt-charts/>（とんでもないURLだが）で自慢している。

194 一九五四年にランド ジョンソンの独創的な研究成果（複数の機械を常に同じ順序で使用して工程を進めていく生産形態を扱っていた。現在ではこの形態を「フローショップ」型スケジュールリングと呼ぶ）は、“Optimal Two- and Three-Stage Production Schedules with Setup Times Included”に記されている。

197 最大納期遅れ時間を 最早納期優先ルールはジャクソン法とも呼ばれ、Jackson, *Scheduling a Production Line to Minimize Maximum Tardiness*で発表されたものである。ジェイムズ・R・ジャクソンは1930年代にロサンゼルスで少年時代を過ごし、UCLAのロジスティクス研究プロジェクトでの研

究を通じて、ロサンゼルス地域でさまざまな航空宇宙関連企業が運用する機械工場をたびたび訪れた。ある機械から次の機械へと作業が進むプロセスについて考えたことが、やがて「ネットワークフロー」を分析するための数学的手順の確立へとつながり、これがのちにインターネットトラフィックの流れを誘導するためのアルゴリズム設計で利用されることとなった。Production and Operations Management Society, “James R. Jackson” に略歴が記されている。

198 ムーアのアプローチ Moore, “An N Job, One Machine Sequencing Algorithm for Minimizing the Number of Late Jobs” で紹介されている。この論文で、ムーアはトム・J・ホジソンから単純化と最適化を提案されたことに謝意を示している。現在、「ムーアのアプローチ」、「ホジソンのアプローチ」、「ムーア = ホジソンのアプローチ」は互いに交換可能な用語として使われることがある。

200 合計所要時間の最小化 処理時間順は「スミスのルール」とも呼ばれ、Smith, “Various Optimizers for Single-Stage Production” において合計所要時間を最小化できることが示されている。

202 おもしろいことに、この Stephens and Krebs, *Foraging Theory*.

203 債務削減の世界では、この 一般市民のあいだで「雪だるま式返済」戦略の普及と擁護に努めていることでおそらく最もよく知られているのは著述家で講演家のデイヴ・ラムジーで、彼は多くの支持と誹謗を受けている。学界では、ノースウェスタン大学ビジネススクールの研究者2人が2012年に発表した論文 Gal and McShane, “Can Small Victories Help Win the War?” や、テキサス農工大学の経済学者らによる2014年の報告書 Brown and Lahey, *Small Victories* などが、「ささやかな勝利」による効果に着目して消費者が債務から脱するのを助けている。

204 『Xファイル』のある シーズン5エピソード12の「吸血」（1998年2月22日に初放映）。

204 「この一見不合理な Rosenbaum, Gong, and Potts, “Pre-Crastination.”

208 「カジノにいたときの ヘドバークのこのトークは、1999年に発表された彼のコメディアルバム *Strategic Grill Locations* に収録されている。

209 「最も大事な事柄を、最も この言葉を英語で最初に引用したのは Covey, *How to Succeed with People* らしいが、ゲーテの言葉だとしているだけで出典の記載はない。

209 「これがわかると本当に 2014年9月16日、ローラ・アルバート・マクレイへの直接取材。

209 (注) なんとも皮肉な話だが グレン・リーヴズから同僚らに宛てた 1997 年 12 月 15 日付の「火星で実際に何が起きたのか?」というタイトルのメールによる。http://research.microsoft.com/en-us/um/people/mbj/Mars_Pathfinder/Authoritative_Account.html で閲覧可能。

210 「緊急を要する作業を 2014 年 9 月 2 日、カレル・レンストラへの直接取材および直接のやりとり。

211 ローラーがそのキャリア ローラーの経歴は、Lawler, “Old Stories” および Lenstra, “The Mystical Power of Twoness” による。

211 一九六九年に研究休暇で Richard Karp, “A Personal View of Computer Science at Berkeley,” EECS Department, University of California, Berkeley, https://www.eecs.berkeley.edu/BEARS/CS_Anniversary/karp-talk.html.

211 一九九四年に彼が死去 <http://awards.acm.org/lawler/> を参照。

211 一九六八年にローラーは、最大納期遅れ時間問題における先行制約についてローラーが行なった分析は、Lawler, “Optimal Sequencing of a Single Machine Subject to Precedence Constraints” に書かれている。

212 ローラー自身、この問題 この分析は、Lawler, “Sequencing Jobs to Minimize Total Weighted Completion Time Subject to Precedence Constraints” で報告されている。もっと正確に言うと、この問題は効率的な解法が今までに見つかっておらずこの先も見つからないかもしれないとされる「NP 困難」である。

213 スケジューリング理論 この探求が始まったのは、1975 年のある午後 にアムステルダムの数学研究所でローラーとレンストラ、そして彼らの同僚のリチャード・カーブとベン・ラーゲウェフがスケジューリング理論について議論していたときだった。隣に建つアムステル社のビール工場から漂ってくる「モルトとホップの刺激的なにおい」のせいだったのか定かでないが、すべてのスケジューリング問題とそれらが解決済みかどうかをまとめた本をつくったら、学位論文の査問会に臨もうとしていた友人で同僚のアレクサンダー・リノイカンへのよい贈り物になるはずだというアイディアが浮かんだ（このエピソードは、Lawler, “Old Stories” と Lenstra, “The Mystical Power of Twoness” に書かれている）。その後、リノイカンは学界だけでなくオランダ経済界にも大きく貢献し、金融大手 ING の役員となり、《フォルクスクラント》紙の「オランダで最も影響力のある人物」に 3 年連続で選ばれた。“Rinnooy Kan weer invloed-rijkste Nederlander,” *De Volkskrant*, December 4, 2009, <http://nos.nl/artikel/112743-rinnooy-kan-weer-invloedrijkste-nederlander.html> を参照。

ラーゲウェアは、スケジューリング問題についておよそ 4536 種類の順列を列挙したリストを生成するコンピュータプログラムを書いた。思いつく限りすべての基準（最大納期遅れ時間、納期遅れ件数、完了時間の合計など）と制約（重み、先行、開始時刻など）を可能な限りもれなく組み合わせるプログラムだった。グループは興奮に満ちた日々を過ごし、「誰も知らないような問題タイプを次々にやっつけることに快感を覚えた」。

スケジューリング問題の集合を記述するための構造的枠組みとなったのは「略号の入り混じった」言語で、彼らはこれを Schedulese（訳注 schedule に「語」を表す接尾辞 -ese をつけたもの）と呼んだ（Graham et al., “Optimization and Approximation in Deterministic Sequencing”）。スケジューリング問題は、関与する機械の性質、仕事の性質、スケジューリングの目標という 3 つの変数で表現できるというのが基本的な考え方である。先行制約、割り込み、着手可能時刻、目標といった要素を表す標準コードを用いて、3 つの変数を先に挙げた順番で記述する。たとえば $1|r_j|\sum C_j$ （「ワン・アールジェイ・サム・シージェイ」と発音する）は、「単一機械、着手可能時刻、目標は完了時間の合計の最小化」を表す。ユージーン・ローラーはこんなことを記している。

直接的なメリットは、問題のタイプがきわめて簡単に伝えられることだった。われわれの研究室を訪ねてきた人たちが、われわれのやりとりを聞いて面食らうこともあった。「ワン・アールジェイ・サム・シージェイが NP 困難ということは、ワン・プリエンプション・アールジェイ・サム・シージェイも NP 困難ということにならないか？」「いや、容易だよ、忘れたか？」「ええと、ワン・ディージェイ・サム・シージェイは容易だから、ワン・プリエンプション・ディージェイ・サム・シージェイも容易なはずだ。ということは、ワン・プリエンプション・アールジェイ・ディージェイ・サム・シージェイについては何がわかる？」
「何も」

（略号で書けばこうなる。「 $1|r_j|\sum C_j$ が NP 困難ということは、 $1|pmtn, r_j|\sum C_j$ も NP 困難ということにならないか？」「いや、容易だよ、忘れたか？」「ええと、 $1|d_j|\sum C_j$ は容易だから、 $1|pmtn, d_j|\sum C_j$ も容易なはずだ。ということは、 $1|pmtn, r_j, d_j|\sum C_j$ については何がわかる？」「何も」〔Lawler et al., “A Gift for Alexander!” と Lawler, “Old Stories” も参照〕。

213 タスク間で重要度が異なる これは、空間充填に関するものでコンピ

ユーター科学において手に負えない問題であることが最もよく知られている「ナップザック問題」とじつは同値である。このスケジューリング問題とナップザック問題との関係は、Lawler, *Scheduling a Single Machine to Minimize the Number of Late Jobs* に書かれている。

213 同様に、一定の時刻まで 本書で「開始時刻」(start time)と呼んでいるものは、研究文献では(いくぶんあいまいだと感じられるが)「着手可能時刻」(release time)と呼ばれている。Lenstra, Rinnooy Kan, and Brucker, “Complexity of Machine Scheduling Problems” は、完了時間の合計の最小化と任意の着手可能時刻による最大納期遅れ時間の最小化はどちらも NP 困難であることを示している。任意の着手可能時刻を用いた場合の納期遅れ件数を最小化する事例が Lawler, “Scheduling a Single Machine to Minimize the Number of Late Jobs” で扱われている。

214 最近の調査で、全問題の Lawler et al., “Sequencing and Scheduling.” このリストの最新版が <http://www.informatik.uni-osnabrueck.de/knust/class/> で閲覧できる。

215 どちらのケースでも 着手可能時刻がある場合の最大納期遅れ時間最小化に対する割り込みの効果が、Baker et al., “Preemptive Scheduling of a Single Machine” で分析されている。着手可能時刻と割り込みがある場合の合計完了時間最小化問題については、Schrage, “A Proof of the Optimality of the Shortest Remaining Processing Time Discipline” と Baker, *Introduction to Sequencing and Scheduling* で分析されている。

216 思いもよらない瞬間に仕事 納期が最も早い仕事を選ぶことによって、予想される最大納期遅れ時間を最小化する結果については、Pinedo, *Scheduling* で論じられている。

216 同様に、完了時間の合計を 動的な状況(推定された完了時間はその仕事の実行中に増加しないとする)において、重みづけした予想処理時間が最短の仕事を選択することにより重みづけした完了時間の合計の最小化に生じる効果が、動的スケジューリングにおけるもっと一般的な戦略の一部として、Sevcik, “Scheduling for Minimum Total Loss Using Service Time Distributions” で示されている。

217 ある特定の仮定のもとでは Pinedo, “Stochastic Scheduling with Release Dates and Due Dates” は、これらの問題において仕事の所要時間が無記憶性の分布に従う(ある仕事について、これまでどのくらいの時間を費やしたかとは無関係に、推定所要時間が不変であるということ)という(かなり強固な)仮定のもとでは、このアルゴリズムが最適となることを示した。確

率的スケジューリングにおいては、最適アルゴリズムは必ずしも起こりえるすべての仕事量に対して理想的であるわけではなく、関係する基準の期待値を最小化する。

217 「完璧な計画ができあがらない Jason Fried, “Let’s just call plans what they are: guesses,” July 14, 2009, <https://signalvnoise.com/posts/1805-lets-just-call-plans-what-they-are-guesses>.

218 プログラマーがしゃべら Ullman, “Out of Time.”

220 心理学者はタスクの切り替 Monsell, “Task Switching.”

220 「一時間以上時間がとれない 2014年9月4日、カーク・ブルーズへの直接取材。

221 ゲイジ：ザッカーバーグ君 『ソーシャル・ネットワーク』脚本アロン・ソーキン、配給コロムビア映画、2010年。

222 「たくさんの仕事があって、 2014年4月22日、ピーター・デニングへの直接取材。

223 「プログラムが一つ増えた Denning, “Thrashing: Its Causes and Prevention.”

224 「キャッシュは現在実行中 2014年4月17日、ペーテル・ゼイルストラへの直接取材。

224 今ではシステムが スラッシングはデータベースシステムでも起きる。データベースにアクセスするための「鍵」を求めてプロセスどうしが競争することでシステムの能力が破綻し、現時点で鍵を保持しているプロセスが何も達成できなくなるのだ。また、スラッシングはネットワークングでも生じ、ネットワークチャンネルを争うさまざまな信号が入り混じったノイズのせいで、結局どの信号も伝わらなくなることがある。後者のシナリオについては、第10章で詳しく取り上げる。

226 新しいスケジューラーは、2001年のLinuxバージョン2.4から採用された「 $O(n)$ スケジューラー」は、すべてのプロセスを優先度でソートしており、プロセスの数が多いとソートに長時間を要していた。2003年のLinux 2.6ではそれまでのスケジューラーに代わって「 $O(1)$ スケジューラー」が採用され、プロセスの個数にかかわらずすべてのプロセスを既定数のバケットにバケットソートするようになった。しかしこのバケットソートを実行するには複雑なヒューリスティックの計算が必要だったので、2007年のLinux 2.6.23からはさらに単純な Completely Fair Scheduler が採用された。

228 (たとえばリナックスでは この数値は、Linux カーネルの Completely Fair Scheduler では変数 `sysctl_sched_min_granularity` で定義されている。

229 キッチンタイマーをセット 「タイムボクシング法」については、ソフトウェア開発チームの管理に関連して広範に書かれている。「タイムボクシング」という言葉の出どころは、Zahniser, “Timeboxing for Top Team Performance”らしい。トマトをかたどったキッチンタイマーに由来する「ポモドーロ法」（「ポモドーロ」はイタリア語でトマトを意味する）は、フランチェスコ・チリッロが1980年代の終わりごろに考案して1998年から普及に努めている。Cirillo, *The Pomodoro Technique*などを参照。

230 正確には何ミリ秒の遅延 2014年4月17日、ペーテル・ゼイルストラへの直接取材など。

231 さまざまなサブコンポーネント リナックスは2007年に timer coalescing（訳注 非同期のプロセス間でCPUのアクティブ時間をなるべくまとめることで省電力を図る機能）へのサポートを追加した。マイクロソフトは2009年のWindows 7からWindowsに timer coalescing を搭載するようになった。アップルも2013年に OS X Mavericks で同様の対応をとった。

231 「今日、私は一日に三回も 2014年9月17日、ピーター・ノーヴィグへの直接取材。

232 「私は一度にひとつのこと 『コンピュータの時代を開いた天才たち——最先端で活躍する型破りな15人の軌跡』（デニス・シャシャ&キャシー・ラゼール、竹内郁雄監訳、鈴木良尚訳、日経BP社）。

233 「あらゆる情報を手中に収め Donald Knuth, “Knuth versus Email,” <http://www-cs-faculty.stanford.edu/~uno/email.html>.

6 ベイズの法則

234 人間のあらゆる知識は、『人間の知識』（パートランド・ラッセル、鎮目恭夫訳、みすず書房『パートランド・ラッセル著作集10』所収）。

234 一九六九年、J・リチャード Gott, “Implications of the Copernican Principle for Our Future Prospects.”

235 グーグルのリサーチディレ Halevy, Norvig, and Pereira, “The Unreasonable Effectiveness of Data”をもとにしたプレゼンテーション。

236 したがって、論議によって 『人間知性の研究・情念論』第4章 知性の作用に関する懐疑主義的疑念（D・ヒューム、渡部峻明訳、哲書房）。

237 皮肉なことに、不確実性下 ここに記したベイズの略歴は、Dale, *A History of Inverse Probability* と Bellhouse, “The Reverend Thomas Bayes”による。

237 一七四六年、四七年、四八年 ベイズの伝説的な論文には日付がなく、

1746年と1749年の日付が記された2つの論文のあいだにはさまっていた。『異端の統計学ベイズ』（シャロン・バーチュ・マグレイン、富永星訳、草思社文庫）などを参照。

237 微積分を強く擁護する書物 *An Introduction to the Doctrine of fluxions, and Defence of the Mathematicians against the Objections of the Author of the analyst, so far as they are assigned to affect their general methods of Reasoning.*

238 「すばらしく価値があり、Bayes, “An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances” に付された序文。

238 くじの仕組みや「当たり」前掲論文に付された補遺。

238 もとの割合を突き止める 正確には、ベイズが主張したのは、仮説 h と観察データ d が与えられた場合、各 h について確率 $p(d|h)$ を計算することによってそれらの仮説を評価すべきということだった ($p(d|h)$ とは、 h である場合に d であるという「条件つき確率」、すなわち h が真である場合に d が観察される確率を表す)。これを各 h が真である確率に逆変換するには、これらの確率の和で割る。

240 ラプラスは一七四九年 ラプラスの生涯と業績について、詳しくは Gillispie, *Pierre-Simon Laplace* を参照。

241 かつての論争的であり、ラプラスの法則は、ベイズの提案した計算から導くことができる。厄介なのはすべての仮説を合計する部分であり、これには部分ごとに積分を変った形で適用することが必要となる。ラプラスの法則を導出する完全な手順は、Griffiths, Kemp, and Tenenbaum, “Bayesian Models of Cognition” で見ることができる。現代のベイズ統計学の視点から見ると、ラプラスの法則は一様事前分布を用いた2項割合の事後平均と言える。

241 一度だけ試行して成功 第2章で「多腕バンディット」と「探索と活用のジレンマ」を扱った際にも過去の結果にもとづいてあるプロセス（すなわちスロットマシン）の成功率を推定する方法に触れたのを思い出す読者もいるかもしれない。ベイズとラプラスの成果は、ギッティンズ指数を含めて同章で論じたアルゴリズムの多くの基盤となっている。ラプラスの法則と同様、第2章で紹介したギッティンズ指数の値も、すべての成功率が同じ確率で生じると想定していた。この場合、1勝0敗の記録をもつスロットマシンの期待勝率は $2/3$ であると暗黙のうちに想定される。

243 これらの想定はすべて 『人間知性の研究・情念論』第4章 知性の作用に関する懐疑主義的疑念。

244 これを広める役割を実質的に 公平に言えば、1950年に発表されて大

きな影響をもたらした論文 (Bailey, *Credibility Procedures*) では「ラプラスによるベイズの法則の一般化」と呼ばれていたが、この呼称は定着しなかった。発見が発見者以外の人物にちなんで命名されるというのはかなりよくある話で、統計学者で歴史家のスティーヴン・スティグラーはこれを「スティグラーの名祖の法則」という経験的法則と見なすべきと主張している。この主張に合致して、最初にこの現象に気づいたのはスティグラーではなく、彼はその発見が社会学者のロバート・K・マートンによるものだと認めている。Stigler, “Stigler’s Law of Eponymy” を参照。

244 事前の信念と観察された 数学好きの読者のために、ベイズの法則の完全版を紹介する。データ d である場合に仮説 h が真である確率を計算によって特定したい。この仮説が真である確率についての事前信念が存在し、これが事前分布 $p(h)$ で表現される。ここで計算したいのは、 d によって与えられる証拠に照らして事前分布をどのように更新すべきかを表す「事後」分布 $p(h|d)$ である。これは次式で与えられる。

$$p(h|d) = \frac{p(d|h)p(h)}{\sum_{h'} p(d|h')p(h')}$$

ただし h' は検討している仮説のすべてを網羅したもの。

246 予想するのは難しい。このことわざの起源ははっきりしないが、*Quote Investigator*, “It’s Difficult to Make Predictions, Especially About the Future,” <http://quoteinvestigator.com/2013/10/20/no-predict/> で詳しく説明されている。

247 最近の《ニューヨーカー》誌 これは2014年11月24日号《ニューヨーカー》の表紙、Richard McGuire, “Time Warp” である。都市と企業の寿命予想に関する詳しく興味深い分析がジェフリー・ウェストとルイス・ベッテンコートの著作で見られる。Bettencourt et al., “Growth, Innovation, Scaling, and the Pace of Life in Cities” などを参照。

248 ゴットが《ネイチャー》誌 Garrett and Coles, “Bayesian Inductive Inference and the Anthropropic Principles” や Buch, “Future Prospects Discussed” などを参照。

249 ベルリンの壁の場合、持続時間のように0から ∞ までありえる量については、時間 t に関する無情報事前確率は確率密度 $p(t) \propto 1/t$ となる。スケールを変えて t の倍数である新たな量 s を定義してもこの分布の形態は変化せず、 $s=ct$ であるなら $p(s) \propto p(t=s/c) \propto 1/s$ である。これはすなわち、分布がスケールに影響されないことを意味する。無情報事前確率についての

詳しい情報が、Jeffreys, *Theory of Probability* と Jeffreys, “An Invariant Form for the Prior Probability in Estimation Problems” に多く掲載されている。

250 **ベイズの法則がこれら** このことは、Buch, “Future Prospects Discussed” に答えた Gott, “Future Prospects Discussed” で示された。

251 **自分の見た通り番号を** Jeffreys, *Theory of Probability*, § 4.8. ジェフリーズは、数学者のマックス・ニューマンからこの問題に注目するきっかけを与えられたとしている。

251 **終戦後、正解は二四五台** これは「ドイツ戦車問題」の名で知られるようになり、多数の資料に記録されている。Gavyn Davies, “How a Statistical Formula won the War,” the *Guardian*, July 19, 2006, <http://www.theguardian.com/world/2006/jul/20/secondworldwar.tvandradio>などを参照。

251 (注) **これはまさにラプラス** 統計学者のハロルド・ジェフリーズはのちに、ラプラスの $(w+1)/(n+2)$ ではなく $(w+0.5)/(n+1)$ を使うことを提案した。この式は、「一様」事前分布ではなく「無情報」事前分布を用いることで得られる (Jeffreys, *Theory of Probability* および Jeffreys, “An Invariant Form for the Prior Probability in Estimation Problems”)。もっと情報をもつ事前確率を定義する一つの方法から、 $(w+w'+1)/(n+n'+2)$ (ただし w' は当たりの回数、 n' は過去の結果における同様のプロセスの試行回数) という式による予想が得られる (詳しくは Griffiths, Kemp, and Tenenbaum, “Bayesian Models of Cognition” を参照)。このルールを使うと、これまでに宝くじの抽選が 100 回あって当たった券が 10 枚ある ($w=10$, $n=100$) ならば、この新しい宝くじで 1 度当たりが出たあとの推定ははるかに妥当な 12/103 (10 パーセントから遠くない) となるはずだ。ラプラスの法則のバリエーションは計算言語学で広範に用いられており、過去に一度も使われていない単語がこれから出現する確率を推定する一つの方法となっている (Chen and Goodman, “An Empirical Study of Smoothing Techniques for Language Modeling”)。

252 **ほかにも自然界には正規分布** たとえば 2002 年の「ニュージーランドアボカド生産者組合年次研究報告書」には「4 月までに果実のサイズは正規分布し、それ以降の観察期間中ずっとその分布を維持した」と書かれている。

253 **アメリカでは町の平均人口** この数字は、2000 年のアメリカ国勢調査を引用した Clauset, Shalizi, and Newman, “Power-Law Distributions in Empirical Data” による。

253 **この種のパターンは、典型** 数量 t のべき分布の一般的な形状は $p(t) \propto t^{-\gamma}$ で表される。ただし γ の値は、 t が大きくなるにつれて t の生じる

確率がどれほど急激に低下するかを表す。無情報事前確率の場合と同様、 $s = ct$ を受け入れてスケールを変更しても、分布の形状は変わらない。

253 金銭は一般にベキ法則だらけ 財産がベキ法則の関数に従って分布するという観察は、Pareto, *Cours d'économie politique* によるものとされている。Simon, “On a Class of Skew Distribution Functions” も人口と所得のベキ分布に関するすぐれた論考である。

253 アメリカ人の平均年間所得 国税局の資料によると、個人の調整後総所得の平均は2009年度（推定が入手できる最も新しい年度）には5万5688ドルと推定された。2011年の報告書“Evaluating the Use of the New Current Population Survey’s Annual Social and Economic Supplement Questions in the Census Bureau Tax Model” (https://www.census.gov/content/dam/Census/library/working-papers/2011/demo/2011_SPM_Tax_Model.pdf で閲覧可能)を参照。この報告書は、アメリカ国勢調査局の2010年のCurrent Population Survey Annual Social and Economic Supplement からデータを引用している。

253 アメリカの人口の三分の二は 2012年の調整後総所得上位40パーセントの下限は4万7475ドル、上位30パーセントの下限は6万3222ドルだった。このことから、調整後総所得が5万5688ドルの人はだいたい上位33パーセントにあたりと推測できる。Adrian Dungan, “Individual Income Tax Shares, 2012,” *IRS Statistics of Income Bulletin*, Spring 2015 (<https://www.irs.gov/pub/irs-soi/soi-a-ints-id1506.pdf> で閲覧可能)を参照。

253 上位一パーセントの人 2012年の調整後総所得上位1パーセントの下限は43万4682ドル、上位0.01パーセントの下限は1210万4014ドルだった。同上。

254 実際に「優先的選択」という 優先的選択からベキ分布が生じるという見方を扱った一般読者向けのすぐれた論考が、『新ネットワーク思考』（アルバート＝ラズロ・バラバシ、青木薫訳、日本放送出版協会）で読める。

254 君はよい意味で「今のまま Lerner, *The Lichtenberg Figures*.

255 ベイズの法則によれば、本節で取り上げる予想ルールはすべてGriffiths and Tenenbaum, “Optimal Predictions in Everyday Cognition” による。

256 詩を分析すると、映画の 同上。

257 その種の現象を研究し アーランはまず“The Theory of Probabilities and Telephone Conversations”において、ポワソン分布を用いて電話ネットワーク上の通話の発生率をモデル化した。続いて“Solution of Some Problems in the Theory of Probabilities of Significance in Automatic Telephone

Exchanges”において、かかってくる電話の間隔をモデル化するために自身の名を冠したアーラン分布を考案した。アーランの生涯について詳しくは、Heyde, “Agner Krarup Erlang”を参照。

259 カジノのトランプゲーム 正確に言うと、ブラックジャック（というゲーム）でブラックジャック（という手札）が配られる確率は2652対128であり、およそ20.7対1となる。ブラックジャックの手札が来るまでに20.7回プレイすることになるという予想がどのように導き出されるかを理解するには、予想を帰納的に定義すればよい。ブラックジャックが配られた結果1を達成するか、またはブラックジャックは配られない（この場合、次の回にまた振り出しに戻る）。予想プレイ回数を x 回とすると、 $x=1+(2524/2652)x$ 。ただし2524/2652はブラックジャックが配られない確率である。これを x について解くと、答えはおよそ20.7となる。

259 実際、過去の結果や 厳密には、次のブラックジャックまでの時間は、本文で紹介した翼に似た形のアーラン分布ではなく、絶えず下降していく幾何分布に従う（連続量の指数分布と同様）。しかし、どちらの分布でも条件が整えば無記憶性の予想が生じる。ゴットがベルリンの壁について想定したように、持続時間内のランダムな時点で特定の現象に遭遇した場合には、翼型のアーラン分布から加法ルールに従った無記憶性の予想が得られる。ブラックジャックのプレイのように幾何分布を示す現象が頻繁に観察されるなら、同様に加法ルールに従った予想が得られる。

261 ケニー・ロジャースの「ザ・ギャンプラー」はケニー・ロジャースが1978年に発表した同名のアルバムで歌ったのが最も有名だが、作曲して最初に歌ったのはドン・シュリッツである。ロジャースのレコードはビルボードのカントリーチャートで1位を獲得し、1980年のグラミー賞でカントリー部門の最優秀男性歌唱賞を受賞した。

261 「分布は強い右歪性で、「メジアンはメッセージではない」（ステイヴン・ジェイ・グールド、廣野喜幸・石橋百枝・松本文雄訳、早川書房『がんばれカミナリ竜』所収）

262 本書の著者の一人である Griffiths and Tenenbaum, “Optimal Predictions in Everyday Cognition.”

264 過去一〇年間、認知科学者 たとえば網膜に当たる光のパターンから動く形状を同定する方法、複数の対象どうしの相互作用から因果関係を推測する方法、新しい単語をわずか数回見ただけでその意味を覚える方法などの研究が行なわれている。それぞれ Weiss, Simoncelli, and Adelson, “Motion Illusions as Optimal Percepts”; Griffiths et al., “Bayes and Blickeys”; Xu and

Tenenbaum, “Word Learning as Bayesian Inference” を参照。

265 あの有名な「マシュマロ Mischel, Ebbesen, and Raskoff Zeiss, “Cognitive and Attentional Mechanisms in Delay of Gratification.”

265 ペンシルヴェニア大学の McGuire and Kable, “Decision Makers Calibrate Behavioral Persistence on the Basis of Time-Interval Experience” および McGuire and Kable, “Rational Temporal Predictions Can Underlie Apparent Failures to Delay Gratification.”

266 最初のマシュマロテスト Mischel, Shoda, and Rodriguez, “Delay of Gratification in Children.”

266 最近になって、マシュマロ Kidd, Palmeri, and Aslin, “Rational Snacking.”

269 アメリカでは、二〇〇〇年 航空安全ネットワークから入手したデータ（直接のやりとりによる）によると、2000年から2014年までの「12名以上の輸送が可能な米国籍の航空機（民間ジェット機および軍用輸送機を含める）に搭乗中」の死者数は1369人であり、これに2015年の死者数の代わりとして2014年の数字を再度加えた2015年末までの推定死者数は1393人となる。カーネギーホールの有名なアイザック・スターン・オーディトリアムの座席数は2804席である。<https://www.carnegiehall.org/Information/Stern-Auditorium-Perelman-Stage/> を参照。

269 これに対し、アメリカ国内で 幹線道路交通安全局によると、2000年から2013年までのアメリカ国内の自動車事故死者数は54万3407人。<https://www-fars.nhtsa.dot.gov> を参照。この数字に2014年と2015年の推定死者数として2013年の数字を2倍して加えると、2015年末までの死者数は60万8845人と推定される。国勢調査局の推定によると、2014年のワイオミング州の人口は58万4153人。<http://quickfacts.census.gov/qfd/states/56000.html> を参照。

270 社会学者のバリー・グラスナー Glassner, “Narrative Techniques of Fear Mongering.”

7 オーバーフィッティング

271 「結婚する必要あり。証明 1838年4月7日の日付の入ったダーウィンのメモ。Darwin, *The Correspondence of Charles Darwin, Volume 2: 1837-1843*などを参照。

273 「この種の等式、すなわち 1772年9月19日、ロンドンにてフランクリンからジョゼフ・ブリーストリーに宛てた手紙。

274 あなたにできることは “Anything You Can Do,” 1946年、作曲アーヴ

イング・パーリン、映画『アニーよ銃をとれ』の劇中歌。

275 **そして大事なものは、予想** 機械学習研究者の言い方では「訓練」と「テスト」。

276 **ドイツで行なわれた最近の** Lucas et al., “Reexamining Adaptation and the Set Point Model of Happiness.”

276 **次になすべきは、これらの** 数学マニアのために、この関係をとらえるのに最良の多項式関数を示したい。結婚してからの年数を x 、満足度を y とすると、1次多項式モデルは $y=ax+b$ 、2次多項式モデルは $y=ax^2+bx+c$ となる。9次多項式モデルは、 x^9 までのすべての x の値について最良の係数を見出し、9次の多項式を推定する。

277 **九次多項式モデルは、** 実際、 n がいくつであっても n 個の点を通過する $n-1$ 次の多項式は必ず書けるというのは数学的の真実である。

278 **ちなみにこの学者たちは、** Lucas et al., “Reexamining Adaptation and the Set Point Model of Happiness.”

280 **次数の高い複雑なモデル** 統計学では、モデルで用いるさまざまな因子を「予測因子」と呼ぶ。直線に曲線をフィットさせようとするような単純すぎるモデルは「バイアス」を示すと言われる。これとは対極の系統誤差として、モデルが過度に複雑でデータのわずかな変化によって激しく揺れ動く現象は「分散」と呼ばれる。

驚くべきことに、バイアスと分散という2種類の誤差は互いに相補的となりえる。バイアスを縮小する（モデルをもっと柔軟で複雑にする）と、分散が増大することがある。逆にバイアスを増大させる（モデルを単純にしてデータのフィッティングをゆるめる）と、分散が縮小することがある。

素粒子の動きについての情報が多いほどその位置についての情報が少なくなるという、ハイゼンベルクのあの有名な素粒子物理学の不確定性原理と同じように、バイアスと分散のトレードオフは、モデルがどれほどすぐれたものとなりえるか、何がわかって何が予想できるのかについての重大で根本的な制約を表す。同じような考え方は、機械学習のさまざまな文献で見られる。Geman, Bienenstock, and Doursat, “Neural Networks and the Bias/Variance Dilemma” や Grenander, “On Empirical Spectral Analysis of Stochastic Processes”などを参照。

281 **「列王記」では、神の命令** ネホシタンと呼ばれるこの青銅のヘビは、列王記下18章4節で破壊される。

281 **「高い金をかけて入れた** 『明日の幸せを科学する』（ダニエル・ギルバート、熊谷淳子訳、ハヤカワ文庫）。

- 283 五〇年ほど前までは、エペ あまり怖がりでない人なら、1967年に行なわれた決闘の動画が http://passerelle-production.u-bourgogne.fr/web/atip_insulte/Video/archive_duel_france.swf で見られる。
- 284 選手が得点のコツに合わせて きわめて意図的にオーバーフィットしたフェンシングの興味深い例が Harmenberg, *Epee 2.0* にある。
- 284 「インセンティブという Brent Schlender, “The Lost Steve Jobs Tapes,” *Fast Company*, May 2012, <http://www.fastcompany.com/1826869/lost-steve-jobs-tapes>.
- 284 「CEOが何かを評価 Sam Altman, “Welcome, and Ideas, Products, Teams and Execution Part I,” Stanford CS183B, Fall 2014, “How to Start a Startup,” <http://startupclass.samaltman.com/courses/lec01/>.
- 284 「パフォーマンス評価による Ridgway, “Dysfunctional Consequences of Performance Measurements.”
- 285 ある就職斡旋会社では、このエピソードではリッジウェイ自身が Blau, *The Dynamics of Bureaucracy* を引用している。
- 286 「真の友人なら、閲覧件数の Avinash Kaushik, “You Are What You Measure, So Choose Your KPIs (Incentives) Wisely!” <http://www.kaushik.net/avinash/measure-choose-smarter-kpis-incentives/>.
- 286 「実際の銃撃戦が終わった 『戦争』の心理学——人間における戦闘のメカニズム』（デーヴ・グロスマン&ローレン・W・クリステンセン、安原和見訳、二見書房）。http://www.killology.com/on_combat_ch2.htm を参照。
- 286 とりわけ啞然とさせられる 同上。
- 290 単純に説明できないなら、しばしばアルベルト・アインシュタインの言葉とされるが、それは疑わしい。
- 290 ロシアの数学者のアンドレイ Tikhonov and Arsenin, *Solution of Ill-Posed Problems* などを参照。
- 291 一九九六年、生物統計学者の Tibshirani, “Regression Shrinkage and Selection via the Lasso.”
- 291 人間の脳が一日の総摂取熱量 人間の脳の熱量消費について詳しくは、Raichle and Gusnard, “Appraising the Brain’s Energy Budget”などを参照。この論文は Clarke and Sokoloff, “Circulation and Energy Metabolism of the Brain”などを引用している。
- 292 たとえば神経科学者の 研究者はこの神経の働きにヒントを得た戦略（「スパースコーディング」と呼ばれる）を用いて、視覚野のニューロンと

似た性質をもつ人工ニューロンを開発した。Olshausen and Field, “Emergence of Simple-Cell Receptive Field Properties” を参照。

293 経済学者のハリー・マーコウィッツのノーベル賞受賞理由となった研究は、彼の論文“Portfolio Selection”と著書『ポートフォリオ選択論——効率的な分散投資法』（ハリー・M・マーコビッツ、鈴木雪夫監訳、東洋経済新報社）で紹介されている。

293 私はアセットクラスのハリー・マーコウィッツの言葉。Jason Zweig, “How the Big Brains Invest at TIAA-CREF,” *Money* 27(1): 114, January 1998 に引用されている。

294 「加える処理が少ないと Gigerenzer and Brighton, “Homo Heuristicus.”

295 アメリカの豆乳市場は、Soyfoods Association of North America, “Sales and Trends,” <http://www.soyfoods.org/soy-products/sales-and-trends> による。ここに「カターディン・ヴェンチャーズが行なった」研究が引用されている。

296 「今はナッツがトレンドで Vanessa Wong, “Drinkable Almonds,” *Bloomberg Businessweek*, August 21, 2013.

296 別の飲料のニュース Lisa Roolant, “Why Coconut Water Is Now a \$1 Billion Industry,” *TransferWise*, <https://transferwise.com/blog/2014-05/why-coconut-water-is-now-a-1-billion-industry/>.

296 「ココナッツウォーターは、David Segal, “For Coconut Waters, a Street Fight for Shelf Space,” *New York Times*, July 26, 2014.

296 ケール市場は二〇一三年 “Sales of Kale Soar as Celebrity Chefs Highlight Health Benefits,” *The Telegraph*, March 25, 2013.

296 その前年にケールを最も Ayla Withee, “Kale: One Easy Way to Add More Superfoods to Your Diet,” *Boston Magazine*, May 31, 2012.

297 われわれの神経系が妙にク Kinsbourne, “Somatic Twist.” 原始脊椎動物の体と器官の構造については、Lowe et al., “Dorsoventral Patterning in Hemichordates” でさらに詳しく論じられている。もっとわかりやすい概説としては、次の論文がある。Kelly Zalocusky, “Ask a Neuroscientist: Why Does the Nervous System Decussate?,” *Stanford Neuroblog*, December 12, 2013, <https://neuroscience.stanford.edu/news/ask-neuroscientist-why-does-nervous-system-decussate>.

297 この現象は「交差」と “Jaws to Ears in the Ancestors of Mammals,” *Understanding Evolution*, http://evolution.berkeley.edu/evolibrary/article/evograms_05などを参照。

302 「大事なものが測れず、サイモン・コールキンによるインタビュー、

“The Scary World of Mr Mintzberg,” *Guardian*, January 25, 2003, <http://www.theguardian.com/business/2003/jan/26/theobserver.observerbusiness11>.

303 「働きバチのようにひたすら Darwin, *The Correspondence of Charles Darwin, Volume 2: 1837-1843*.

303 「いつ? すぐか、しばらく 同上。

8 緩和法

305 「二つのタンパク質分子の 2014年9月23日、メーガン・ピーターソン（旧姓ベローズ）への直接取材。

306 およそ「一—の一〇七乗」通り もっと正確に言えば、それぞれの客について別個に席次を選ぶ場合、可能な席次は 11^{107} 通りある。1つのテーブルには10人しか着席できないという制約を考慮すると、この数字は少し小さくなるが、それでもやはり莫大である。

307 ベローズは、コンピューター メーガン・ベローズが結婚式の席次表を決めるのに使った形式的枠組みは、Bellows and Peterson, “Finding an Optimal Seating Chart”で紹介されている。

308 エイブラハム・リンカーン リンカーンの巡回については、Fraker, “The Real Lincoln Highway”で詳しく知ることができる。

309 数学者のカール・メンガー Menger, “Das botenproblem”には、1930年2月5日にウィーンでメンガーがこのテーマで行なった講演が収録されている。巡回セールスマン問題の詳しい歴史については、Schrijver, “On the History of Combinatorial Optimization”およびウィリアム・J・クックの非常に読みやすい本『驚きの数学 巡回セールスマン問題』（松浦俊輔訳、青土社）を参照。

309 数学者仲間のメリル・ Flood, “The Traveling-Salesman Problem.”

309 一九四九年、この問題の Robinson, *On the Hamiltonian Game*.

310 「この問題にうまく片をつける Flood, “The Traveling-Salesman Problem.”

310 「私の推測では、巡回 Edmonds, “Optimum Branchings.”

311 一九六〇年代の中ごろ、Cobham, “The Intrinsic Computational Difficulty of Functions”では、どんなものを「効率的」なアルゴリズムと見なすべきかという問題が明確に検討されている。Edmonds, “Paths, Trees, and Flowers”は、困難な問題の解法がなぜ重要なのかを説明し、特定の解法を主張するなかでアルゴリズムをすぐれたものにする要因の一般的な枠組みを構築している。

311 (注) コブハムとエドモンズの 多項式時間より遅いが指数時間より速く実行されるアルゴリズムがじつは存在する。この「超多項式」実行時間でも、それらのアルゴリズムはやはり効率的なアルゴリズムの集合には入らない。

312 一九七二年、カリフォルニア コンピューター科学において、効率的に解決可能な問題は P 問題と呼ばれる (P は「多項式時間」を意味する polynomial time に由来)。一方、境界線上で議論されている問題は NP 問題と呼ばれる (NP は「非決定性多項式時間」を意味する nondeterministic polynomial に由来)。NP に属する問題は解法が見つかれば効率的に証明できるが、容易に証明できるすべての問題が容易に解けるかどうかはわかっていない。たとえば、誰かがあるルートを提示して、その距離が 1000 マイルより短いと言った場合には、その主張が正しいかどうかは容易に確かめられる。しかし、1000 マイルより短いルートを見つけること、あるいは見つけるのは不可能だと証明することは、まったく別の話だ。P=NP かどうか (すなわち NP 問題の解へ効率的にジャンプすることが可能かどうか) という問題は、コンピューター科学において最大の未解決の謎となっている。

解への大きな前進としては、特別な状態をもつ特定の問題の存在が証明されている。それらの問題の 1 つが効率的に解ければ、NP に属するすべての問題が効率的に解けて、P=NP となる (Cook, “The Complexity of Theorem-Proving Procedures”)。これらの問題は「NP 困難」問題と呼ばれる。P=NP かどうかの答えが見つかっていないので、NP に属する問題を効率的に解くことはできない。それゆえこれらの問題は「手に負えない」問題とされる (ドナルド・クヌースは “A Terminological Proposal” において、この言葉は NP 困難問題を言い表すのにぴったりだと評し、P=NP を証明できる人がいたら生きた七面鳥を贈呈すると言っている)。第 5 章でユーージン・ローラーが遭遇した手に負えないスケジューリング問題は、この NP 困難というカテゴリーに入る。NP に属する NP 困難問題は「NP 完全」と呼ばれる。Karp, “Reducibility Among Combinatorial Problems” は、巡回セールスマン問題の 1 つが NP 完全であることを示す典型的な結果を扱っている。Fortnow, *The Golden Ticket: P, NP, and the Search for the Impossible* は、P と NP に関するわかりやすい概論となる。

312 ほとんどのコンピューター 著名な理論コンピューター科学者 100 人を対象とした 2002 年の調査では、61 人が $P \neq NP$ だと考えており、 $P=NP$ と考えている人は 9 人だけだった (Gasarch, “The $P=? NP$ Poll”)。NP 完全問題については多項式時間アルゴリズムを示せば $P=NP$ を証明することが

できるが、 $P \neq NP$ の証明には多項式時間アルゴリズムの限界に関する複雑な議論が必要であり、この問題を解決するのにどんな計算が必要かについては回答者のあいだで見解はあまり一致しなかった。ただしおよそ半数は、この問題が2060年までには解決されると考えていた。

312 これ以外の最適化問題 頂点被覆と集合被覆という2種類の問題もこれらの問題に含まれる。この2種類の問題は、21種類の問題がこの集合に含まれることを示したことで知られる Karp, “Reducibility Among Combinatorial Problems” において NP に属するとされている。1970年代の終わりまでに、コンピューター科学者は300個ほどの NP 完全問題を見つけており (Garey and Johnson, *Computers and Intractability*)、それ以降もその数は著しく増えている。このなかには、人間にとって非常になじみのある問題もある。2003年には「数独」が NP 完全であることが示され (Yato and Seta, “Complexity and Completeness”)、テトリスでクリアする列の数の最大化も、たとえこれから出現するブロックが完全にわかっていたとしても NP 完全であることが明らかにされた (Demaine, Hohenberger, and Liben-Nowell, “Tetris Is Hard, Even to Approximate”)。2012年には、スーパーマリオブラザーズのようなプラットフォームゲームでレベル終了に至る道が存在するかどうかの判定がこのリストに正式に加えられた (Aloupis, Demaine, and Guo, “Classic Nintendo Games are (NP-) Hard”)。

312 「問題が難しくても、考える 2014年9月2日、ヤン・カレル・レンストラへの直接取材。

313 完璧は善の敵である。 ヴォルテールの詩 “La Bégueule” (「貞淑気取り」) の冒頭に、“Dans ses écrits, un sage Italien / Dit que le mieux est l’ennemi du bien” (イタリアの賢者が書き記している／完璧は善の敵だと) という二行連句が出てくる。彼はこれ以前にも1764年に刊行した『哲学辞典』にイタリア語で “Le meglio è l’inimico del bene” (最善は善の敵) という言葉を引用している。

313 コンピューター科学者たち Shaw, *An Introduction to Relaxation Methods*; Henderson, *Discrete Relaxation Techniques*. 読者への注意：これらの本はきわめて手ごわい数学を扱っているので、リラックスのための読書にはとうていならない。

314 リンカーンの巡回裁判区 リンカーンの巡回裁判区に含まれた町は、*Journal of the Abraham Lincoln Association* に掲載された1847～53年の第8巡回裁判区の地図による。http://quod.lib.umich.edu/j/jala/images/fraker_fig01a.jpg を参照。

314 コンピューターでこの ゼロではないが、ほんのわずかな時間——運が良ければ町の個数に対して線形時間、運が悪くても線形対数時間で解ける。

Pettie and Ramachandran, “An Optimal Minimum Spanning Tree Algorithm.”

314 最小全域木が必ずしも 巡回セールスマン問題に最小全域木を用いるアプローチについては、Christofides, *Worst-Case Analysis of a New Heuristic* で論じられている。

314 このような方法により 世界全都市巡回セールスマン問題（「ワールド TSP」と呼ばれる）の進展状況については、<http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/world/> で最新の報告が閲覧できる。巡回セールスマン問題全般について詳しくは、『驚きの数学 巡回セールスマン問題』が一般的な参考文献としてすぐれている。Lawler et al., *The Traveling Salesman Problem* は、さらに掘り下げたい人も満足できるだろう。

317 たとえば都市計画では、この典型的な離散最適化問題は「集合被覆」問題と呼ばれる。

318 「ここで多くの問題は計算 2014年9月16日、ローラ・アルバート・マクレイへの直接取材。

318 これがわかれば、封筒の コンピューター科学では、これを「頂点被覆」問題と呼ぶ。集合被覆問題の親戚のようなもので、すべての家を直接カバーできる消防署の最小数を求めるのではなく、すべての人とつながることのできる人の最小数を特定することを目指す。

319 離散最適化問題と格闘 多項式時間で解ける連続最適化問題もある。最も顕著な例は線形計画問題である。この問題では、最適化する基準と解への制約の両方を、関与する変数の線形関数として表現することができる。Khachiyan, “Polynomial Algorithms in Linear Programming” および Karmarkar, “A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming” を参照。しかし連続最適化も万能ではなく、手に負えない連続最適化問題というクラスも存在する。Pardalos and Schnitger, “Checking Local Optimality in Constrained Quadratic Programming is NP-hard”などを参照。

320 パーティーに来てほしい人 Khot and Regev, “Vertex Cover Might Be Hard to Approximate to Within $2-\epsilon$.”

320 同様に消防車問題では、これらの近似について詳しくは、『近似アルゴリズム』（V・V・ヴァジラーニ、浅野孝夫訳、シュプリンガー・フェアラーク東京）を参照。

320 連続緩和は問題解決の 連続緩和が最少頂点被覆（パーティーの招待状）問題で到達しうる最良の近似をもたらすのか、それとも単によりよい近

似が見つかるのかについては、この分野の内部でまだ決着していない。

320 ヴィツィーニ：不可解だ！ 『プリンセス・プライド・ストーリー』
脚本ウィリアム・ゴールドマン、20世紀フォックス、1987年。

321 ラグランジュ緩和と呼ばれる ラグランジュ緩和という名称は、
UCLAのアーサー・M・ジョフリオンが“Lagrangian Relaxation for Integer
Programming”の中で命名した。この考え自体は、1970年にマイケル・ヘル
ド（IBM）とリチャード・カーブ（カリフォルニア大学バークリー校）が発
表した巡回セールスマンに関する論文で初めて取り上げられたと考えられて
いる。Held and Karp, “The Traveling-Salesman Problem and Minimum Span-
ning Trees”および Held and Karp, “The Traveling-Salesman Problem and Mini-
mum Spanning Trees: Part II”を参照。ただし、それ以前にも先駆的な研究
は行なわれていた。たとえば Lorie and Savage, “Three Problems in Rationing
Capital”や Everett III, “Generalized Lagrange Multiplier Method”および Gil-
more and Gomory, “A Linear Programming Approach to the Cutting Stock
Problem, Part II”などがある。概要と影響については、Fisher, “The Lagrangian
Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems”や Geoffrion,
“Lagrangian Relaxation for Integer Programming”などを参照。

322 「試合数が分数になって 2013年11月26日、マイケル・トリックへ
の直接取材。

326 イギリスの保守系コラム Christopher Booker, “What Happens When
the Great Fantasies, Like Wind Power or European Union, Collide with
Reality?,” the *Telegraph*, April 9, 2011.

9 ランダム性

329 正直に言って、長年この Shasha and Rabin, “An Interview with Michael
Rabin”に引用されている。

330 乱択アルゴリズムでは Motwani and Raghavan, *Randomized Algorithms*
と『確率と計算——乱択アルゴリズムと確率的解析』（Michael Mitzenmacher
& Eli Upfal、小柴健史・河内亮周訳、共立出版）で、乱択アルゴリズムが詳
細に論じられている。これより短い、早い時期に書かれた概説が Karp,
“An Introduction to Randomized Algorithms”と Motwani and Raghavan,
“Randomized Algorithms”にある。

331 一七七七年、ビュフォン伯 Buffon, “Essai d’arithmétique morale.”

331 一八一二年にピエール 『確率論——確率の解析的理論』（ラプラス、
伊藤清・樋口順四郎訳・解説、共立出版）。

- 332 **脳炎で脳の緊急手術** ウラムの話は『数学のスーパースターたち——ウラムの自伝的回想』（ウラム、志村利雄訳、東京図書）に書かれている。
- 332 「知性が一流かどうかは、Fitzgerald, “The Crack-Up.” のちに別の随筆とともに *The Crack-Up* に収録。
- 333 **成功する場合の確率を計算** 『数学のスーパースターたち——ウラムの自伝的回想』。ソリティアで勝つ確率の計算法は、主にモンテカルロ・シミュレーションを原動力として今でも活発な研究分野となっている。この分野の最近の研究としては、Bjarnason, Fern, and Tadepalli, “Lower Bounding Klondike Solitaire with Monte-Carlo Planning”などを参照。
- 333 (注) 一九〇一年には、イタリアの Lazzarini, “Un’applicazione del calcolo della probabilità.”
- 333 (注) ラッツァリーニの報告は ラッツァリーニの結果に関する詳しい論考は、Gridgeman, “Geometric Probability and the Number π ” および Badger, “Lazzarini’s Lucky Approximation of π ” を参照。
- 335 **メトロポリスは、徹底的** 命名したのは自分だと主張するメトロポリスの手紙が Hurd, “Note on Early Monte Carlo Computations” に収録されている。
- 336 一九三一年にドイツのプレスラウ 『コンピュータの時代を開いた天才たち——最先端で活躍する型破りな 15 人の軌跡』（デニス・シャシャ& キャシー・ラゼール、竹内郁雄監訳、鈴木良尚訳、日経 BP 社）。
- 336 **ラビンはその後、コンピューター** ここでのラビンの主要な論文は、ダイナ・スコットと共著した “Finite Automata and Their Decision Problems” である。理論計算機科学においてこの概念が中核をなすパターンの一つが、本書の第 8 章で巡回セールスマン問題の複雑性クラスを扱った際に出てきた。ラビンの考えた「非決定論的」計算の概念は、NP の “N” である。
- 337 「明らかに最も無益な領域の Hardy, “Prime Numbers” からの引用。Hardy, *Collected Works* も参照。暗号学における素数の影響について詳しくは、『暗号技術大全』（ブルース・シュナイアー、山形浩生監訳、ソフトバンクパブリッシング）などを参照。
- 337 **現代の暗号化では、送り手** 素数の掛け算を利用して広く用いられているアルゴリズムの一つが RSA である。この名称は、発明者であるロン・リヴェスト、アディ・シャミア、レナード・エドルマンの頭文字に由来する。Rivest, Shamir, and Adleman, “A Method for Obtaining Digital Signatures and Public-Key Cryptosystems” を参照。素数を利用した暗号化システムとしては、ほかにディフィー=ヘルマン鍵共有などがある。Diffie and Hellman,

“New Directions in Cryptography”を参照。

338 問題は、偽陽性が生じることだ ミラーの方法に突破口があるとしたら——あるいはこの方法がやはり成り立たないと結論されたとしたら——それは偽陽性がどのくらい容易に排除できるかで決まるはずだった。任意の数 n について確認するのに x の値はいくつ必要か。ミラーは、「一般化されたリーマン予想」が真であるなら、確認すべき潜在的証拠の最小数が $O((\log n)^2)$ であることを示した。これはエラトステネスのふるいなどのアルゴリズムで必要とされる \sqrt{n} よりはるかに少ない。しかし問題があった。一般化されたリーマン予想は証明されていないのだ（今も証明されていない）。

（リーマン予想とは、ドイツの数学者ベルンハルト・リーマンが1859年に発表したもので、リーマンのゼータ関数と呼ばれる複雑な関数の性質に関する予想である。この関数は素数の分布と密接に関係しており、特に数直線上で素数が出現する規則性と強く関係している。この予想が真であるなら、素数はミラーのアルゴリズムの効率を保証できるほど十分によくふるまうことになる。しかし、真かどうかはわかっていない。リーマン予想は、クレイ数学研究所が1問100万ドルの「ミレニアム懸賞金」を懸けた6大未解決数学問題に含まれている。ちなみに、第8章で扱った「P=NPか」というのもこの6大問題に含まれる）

339 マイケル、こちらはボーンだ ラビンはこの話を『コンピュータの時代を開いた天才たち』の中で語っている。

340 この方法が今ではミラー ラビンは数年後に自身の素数判定法に関する論文“Probabilistic Algorithm for Testing Primality”を発表した。並行してロバート・ソロヴェイとフォルカー・シュトラッセンが、素数が従うべき別の等式を用いて確率的アルゴリズムを考案した。こちらのアルゴリズムはラビンの素数判定法と似ているが、効率は劣っていた。Solovay and Strassen, “A Fast Monte-Carlo Test for Primality”を参照。

340 実際には、インターネット OpenSSLのドキュメンテーションには、「ミラー＝ラビン確率的素数判定法を……多数の繰り返しを用いて……ランダムな入力に対して偽陽性率を 2^{-80} 未満とする」ための関数が明記されている。https://www.openssl.org/docs/man1.0.2/crypto/BN_generate_prime.htmlを参照。連邦情報処理標準（FIPS）も、デジタル署名標準（DSS）が許容するエラー確率を 2^{-80} までとすると明記している（少なくとも1024ビットの鍵について）。Gallagher and Kerry, *Digital Signature Standard*を参照。ミラー＝ラビンの判定法を40回行なえばこの水準を達成するのに十分であ

り、1990年代の研究ではわずか3回で十分と思われるケースが多いことが示唆されている。以下を参照。Damgård, Landrock, and Pomerance, “Average Case Error Estimates for the Strong Probable Prime Test”; Burthe Jr., “Further Investigations with the Strong Probable Prime Test”; and Menezes, Van Oorschot, and Vanstone, *Handbook of Applied Cryptography*. もっと最近の議論については、<http://security.stackexchange.com/questions/4544/how-many-iterations-of-rabin-miller-should-be-used-to-generate-cryptographic-saf> を参照。

340 地球上に存在する砂粒 ささまざまな推定において、地球上に存在する砂粒の総数は 10^{18} 個から 10^{24} 個のあいだと考えられている。

341 決定論的なやり方 ここでは「効率的」という言葉をこの分野の標準的な定義、すなわち第8章で論じたとおり「多項式時間」という意味で使っている。

341 二〇〇二年にはインド工科 Agrawal, Kayal, and Saxena, “PRIMES Is in P .”

341 ここでもやはりランダム性 多項式等価性判定におけるランダム性の役割に関する主要な成果の一つとして、「シュワルツとツイッペルの補題」と呼ばれるものがある。以下を参照。Schwartz, “Fast Probabilistic Algorithms for Verification of Polynomial Identities”; Zippel, “Probabilistic Algorithms for Sparse Polynomials”; DeMillo and Lipton, “A Probabilistic Remark on Algebraic Program Testing.”

342 多項式の等価性を効率的に 多項式の等価性を判定するための効率的な決定論的アルゴリズムは、いつか見つかるのだろうか。もっと大きな視点から言えば、すぐれた乱択アルゴリズムが存在する場合に、効率的な決定論的アルゴリズムが存在する必要性があるのだろうか。あるいは、乱択アルゴリズムでは効率的に解けるが決定論的アルゴリズムでは解けない問題は存在しうのだろうか。これは理論計算機科学における興味深い問題であり、その答えはまだわかっていない。

乱択アルゴリズムと決定論的アルゴリズムの関係を調べるのに使われてきた方法の一つに「脱乱択化」がある。おおまかに言うと、乱択アルゴリズムからランダム性を取り除くという方法だ。実際には、コンピューターで真のランダム性を実現するのは難しい。そこで乱択アルゴリズムを実行する場合には、しばしば決定論的手順を用いて真のランダム性のもつ特定の統計学的特性に従う数を生成する。脱乱択化はこれを明確にして、乱択アルゴリズムのランダム性を別の複雑な計算過程の出力で置き換えるとどうなるか調べる。

脱乱択化の研究により、効率的な乱択アルゴリズムを効率的な決定論的ア

ルゴリズムに変えることは可能であることが判明している。ただしそれには、出力がランダムに見える程度に複雑でありながら効率的に計算できる程度に単純な関数が見つけれられる場合という条件がある。(詳しくは、Impagliazzo and Wigderson, “ $P = BPP$ if E Requires Exponential Circuits” および Impagliazzo and Wigderson, “Randomness vs. Time” を参照。)

343 **ロールズはこれらの問いに** 「無知のヴェール」は『正義論』(ジョン・ロールズ、川本隆史・福岡聡・神島裕子訳、紀伊國屋書店)で紹介されている。

344 **ロールズの哲学を批判** ロールズの批判者で特に著名だったのは、経済学者のジョン・ハーサニである。Harsanyi, “Can the Maximin Principle Serve as a Basis for Morality? A Critique of John Rawls’s Theory”などを参照。

344 **作家のアーシュラ・K・ル・** 「オメラスから歩み去る人々」(アーシュラ・K・ル・グイン、浅倉久志訳、ハヤカワ文庫『風の十二方位』所収)。

344 **批判者たちの主張はもっとも** この「不快な結論」とも呼ばれる説について、詳しくは『理由と人格——非人格性の倫理へ』(デレク・パーフィット、森村進訳、勁草書房)や Arrhenius, “An Impossibility Theorem in Population Axiology”などを参照。

345 **何が計算可能だとわかると、** Aaronson, “Why Philosophers Should Care About Computational Complexity.”

347 「ギブダイレクトリーの Rebecca Lange, “Why So Few Stories?” Give-Directly blog, November 12, 2014, <https://www.givedirectly.org/blog-post.html?id=2288694352161893466>.

348 **咄嗟に思いついたこと** ジョン・キーツからジョージ・キーツとトマス・キーツに宛てた 1817 年 12 月 21 日付の手紙。

349 **絶対に確かなことは存在** 『自由論』(ミル、斉藤悦則訳、光文社古典新訳文庫)。

349 「私のスライドにしよっちゅう 2013 年 11 月 22 日、マイケル・ミッツェンマチャーへの直接取材。

350 **ウェブは一兆個をゆうに** “We Knew the Web Was Big . . .” July 25, 2008, <http://googleblog.blogspot.com/2008/07/we-knew-web-was-big.html>.

350 **URL の文字数は平均で** Kelvin Tan, “Average Length of a URL (Part 2),” August 16, 2010, <http://www.supermind.org/blog/740/average-length-of-a-url-part-2>.

350 **発明者のバートン・H・** Bloom, “Space/Time Trade-offs in Hash Coding

with Allowable Errors.”

351 ブルームフィルタは、既知 グーグルのブラウザ Chrome は、少なくとも 2012 年までブルームフィルタを使っていた。<http://blog.alexxyakunin.com/2010/03/nice-bloom-filter-application.html> および <https://chromium.codereview.appspot.com/10896048/> を参照。

351 ビットコインのような Gavin Andresen, “Core Development Status Report #1,” November 1, 2012, <https://bitcoinfoundation.org/core-development-status-report-1/>.

351 川は曲がりくねりながら Richard Kenney, “Hydrology; Lachrymation,” in *The One-Strand River: Poems, 1994-2007* (New York: Knopf, 2008).

356 コンピューター科学者は、Berg-Kirkpatrick and Klein, “Decipherment with a Million Random Restarts” を参照。

356 これはモンテカルロ法を発明 メトロポリス = ヘイスティングス・アルゴリズムとも呼ばれ、Metropolis et al., “Equation of State Calculations by Fast Computing Machines” および Hastings, “Monte Carlo Methods Using Markov Chains and Their Applications” で説明されている。メトロポリス・アルゴリズムはニコラス・メトロポリスと、マーシャル・ローゼンブルースとアリアナ・ローゼンブルース、エドワード・テラーとオーガスタ・テラーという 2 組の夫婦からなるチームによって 1950 年代に考案された。このアルゴリズムを報告した論文の筆頭著者がメトロポリスだったので、今ではこれがメトロポリス・アルゴリズムと呼ばれている。しかしこれは二重の意味で皮肉だ。第一に、メトロポリスは計算研究室の責任者だったので形式上名前が加えられただけで、実際にはアルゴリズムの考案にほとんど貢献しなかったらしい (Rosenbluth, *Marshall Rosenbluth, Interviewed by Kai-Henrik Barth* を参照)。また、メトロポリス自身は何かを命名するときには説明的な名前を好んだ。彼は自分がテクネチウムとアスタチンの元素名をつけたと主張し、MANIAC 計算機とモンテカルロ法を命名したのも自分だと言っている (Hurd, “Note on Early Monte Carlo Computations”)。

358 溶融した材料から慎重な Kirkpatrick, Gelatt, and Vecchi, “Optimization by Simulated Annealing.”

359 「チップに回路を詰め込む 2014 年 9 月 2 日、スコット・カークパトリックへの直接取材。

360 最後には山登りだけをする 選択肢のあいだでの移動を最初のうちは積極的に行ない、あとはよい選択肢だけに絞るというやり方に聞き覚えがあるなら、それもそのはずだ。複雑な関数を最適化するには、探索と活用のト

レードオフに向きあう必要がある。そしてランダム性は、多腕バンディットのような問題や、カークパトリックが取り組んだような最適化問題を解決するのに、かなりすぐれた戦略のもととなる。

多腕バンディットでは、さまざまな未知の利得をもたらす数種類の選択肢（引くことのできるアーム）が与えられることを覚えているだろうか。ここで大事なのは、新たな選択肢を試すこと（探索）と今までにわかっているなかで最良の選択肢を求めること（活用）のあいだでバランスを見出すことだ。初めのうちは楽観的な姿勢で探索に重きを置き、あとのほうでは慎重に見極めて活用に重きを置くのがベストだ。このように選択肢に対する楽観を徐々に抑えていくという戦略をとれば、期待できるなかで最良の結果が確実に得られる。後悔の蓄積されるペースが徐々に下がり、最終的には、後悔の総量は時間の対数関数として得られることになる。

ランダム性は、楽観主義に代わる戦略となる。直感的に、探索と活用のバランスをどうとるかが問題の場合、単純明快にそのバランスをとればよいと思われる。探索にいくらか時間をかけて、活用にもいくらか時間をかける。これはまさに、多腕バンディットの専門家が**イプシロン貪欲法**と呼ぶ戦略だ。

イプシロン貪欲法は、「イプシロン」と「貪欲」という2つの部分からなる。イプシロンの部分では、全体の時間のうち短時間（イプシロン ϵ という文字は、数学で小さな数を表すのに使われる）だけ選択肢のなかからランダムに選ぶ。貪欲の部分では、残りの時間を使ってそれまでに見つかったなかで最良の選択肢を選ぶ。レストランに入ったらコインを投げて（イプシロンの値によってはサイコロを振って）、新しい料理を試すか決める。イエスの答えが出たら、目を閉じてメニューを指さす。イエスが出なければ、最近のお気に入り注文する。

残念ながら、イプシロン貪欲法は多腕バンディットの研究者にあまり好まれていない。最良の選択肢がすぐに明らかになるにしても、新しい選択肢を試すのにいくらか時間を費やすことが確実なので、無駄が多いと思われるのだ。イプシロン貪欲法に従えば、試行回数に応じて後悔が線形的に増大する。食事のたびにベストでない料理を選ぶ可能性があるので、後悔の平均値もそのつど同じ量だけ増える。この線形的増加は、適切に調整された楽観主義にもとづく決定論的アルゴリズムで保証される対数的増加よりもはるかにたちが悪い。

しかしイプシロン貪欲法の単純さに魅力を感じる人には、うれしい話がある。このアルゴリズムには簡易版があり（イプシロン・オーバー・N貪欲法と呼ばれる）、これを使えば後悔の増加は対数的になり、実際にうまく機能

する (Auer, Cesa-Bianchi, and Fischer, “Finite-Time Analysis of the Multi-armed Bandit Problem” を参照)。ポイントは、新しい選択肢を試す確率を経時的に下げることにある。初めて選択するときには、 $1/1$ の確率でランダムに (つまり「必ず」) 選ぶ。この選択肢がよかったなら、2 回めにはこれをランダムに選ぶ確率を $1/2$ にする (つまりコイン投げをする。表が出たら前回と同じ選択肢、裏が出たら新しい選択肢を選ぶ)。3 回めには、今まででベストの選択肢を選ぶ確率を $2/3$ として、新しい選択肢を選ぶ確率を $1/3$ とする。レストランに行くのが N 回めになったら、新しい選択肢を $1/N$ の確率でランダムに選び、残りの確率で今までに見つかった最良の選択肢を選ぶ。新しい選択肢を試す確率を徐々に下げていくことによって、探索と活用のあいだの最適な場所にたどり着ける。

同様にランダム性を利用して多腕バンディットをプレイするためのもっと高度なアルゴリズムもある。これはトンプソン・サンプリングと呼ばれるもので、命名の由来となったイェール大学の医師ウィリアム・R・トンプソンは、2 種類の治療法からどのようにして一方を選ぶかという問題を 1933 年に初めて提起した (Thompson, “On the Likelihood That One Unknown Probability Exceeds Another”)。トンプソンの出した答えは単純だった。ベイズの法則を使ってそれぞれの治療法が最良である確率を計算し、それからこの確率に従って治療法を選択するのだ。最初は情報がないので、両方を同じ確率で選ぶ。データが蓄積するにつれて、一方が他方よりもすぐれていると思われるようになる。しかしときには気に入らないほうの治療法も選び続け、判断を変える機会を残しておく。一方の治療法のほうがすぐれているという確信が強まれば、ほとんどの場合にそちらの治療法を用いるようになるだろう。トンプソン・サンプリングでは、探索と活用のバランスを手際よく見出すことができ、後悔の増加も対数的にとどまることが保証される (Agrawal and Goyal, “Analysis of Thompson Sampling” を参照)。

多腕バンディット問題の解決においてトンプソン・サンプリングがほかのアルゴリズムよりもすぐれている点は、その柔軟性にある。問題に関する想定が変化するとしても——ある選択肢がほかよりもすぐれていることを示唆する情報があり、選択肢は互いに依存し、選択肢は時間とともに変化する——ある選択肢が現在選択できるなかで最良だという認識を反映する確率を用いて選択肢を追求するというトンプソンの戦略は、やはり有効である。これらのケースのそれぞれにおいて新たなアルゴリズムを導き出す必要に迫られることなく、ただベイズの法則を適用してその結果を利用するというやり方が可能だ。現実には、そうしたベイズ計算が難しい場合もある (トンプソン

自身、選択肢がわずか2つの問題を解くのに数ページ分もの複雑な計算を要した)。しかし最良の選択肢を選ぶことを目指し、現実性の度合いに応じてランダム性の量を調節して選択に用いることを許すというのは、道に迷うことのなさそうなアルゴリズムである。

361 それからのほんの数十年の 人工知能の教科書として広く使われている *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, 3rd ed. (第3版は未訳。第2版の邦訳は『エージェントアプローチ 人工知能 第2版』Stuart Russell・Peter Norvig、古川康一監訳、共立出版)は、焼きなまし法が「今ではそれ自体が一つの研究分野となり、毎年数百報の論文が発表されている」と明言している。

361 今日でも焼きなまし法は おもしろいことに、2014年に発表されたある論文は、クラゲは餌を探すときに焼きなまし法を用いるということを証明しているらしい。Reynolds, “Signatures of Active and Passive Optimized Lévy Searching in Jellyfish” を参照。

361 私は自分では賭けず、『分子生物学への道』(サルバドール・E・ルリア、石館康平・石館三枝子訳、晶文社)。Garfield, “Recognizing the Role of Chance” でも触れられている。

363 「偶然と自らの賢さに ホレス・ウォルポールからホレス・マンに宛てた手紙 (1754年1月28日付)。

364 私の知る限りこれまで James, “Great Men, Great Thoughts, and the Environment.”

365 「盲目的変異と選択的保持 Campbell, “Blind Variation and Selective Retention.”

366 「ニュートン、モーツァルト、前掲書に引用されている。

366 何かの渦中にいれば、2001年5月、音楽番組 *Later . . . with Jools Holland* でのジュールズ・ホランドによるブライアン・イーノへのインタビュー。

367 ポルトガル語には「存在せず、これは *saudade* という言葉である。引用した定義は Bell, *In Portugal* による。

369 「どこかで幸せになれたなら、Tim Adams, “Dicing with Life,” *Guardian*, August 26, 2000.

10 ネットワーキング

370 「接続」という言葉には、Cerf and Kahn, “A Protocol for Packet Network Intercommunication.”

- 370 **ただ結びつけることさえ** 『ハワーズ・エンド』 (E・M・フォースター、吉田健一訳、集英社)。
- 371 **「向こうが何と答えたか、** Martin Cooper, “Inventor of Cell Phone: We Knew Someday Everybody Would Have One,” 2010年7月9日、CNNのタス・アンジャーワラによるインタビュー。
- 372 **受信側の機械が故障し** この話はレナード・クラインロックが2014年にチャールズ・セヴェランスによるビデオインタビューで語った。“Len Kleinrock: The First Two Packets on the Internet” が <https://www.youtube.com/watch?v=uY7dUJT7OsU> で閲覧可能。
- 372 **クラインは期せずして** UCLAのレナード・クラインロックは「わざとやったわけではありませんが、これ以上のメッセージはなかったでしょうね。短くて、予言的で」と話している。UCLAのボルターホールの床に敷かれたタイルは、その色を二進法の0と1と解釈したうえでASCII文字として解析すると、「LO AND BEHOLD!」（いやはや驚いた!）という言葉が読み取れる。この献辞の仕掛け人はエリック・ハーゲンとされている。Alison Hewitt, “Discover the Coded Message Hidden in Campus Floor Tiles,” *UCLA Newsroom*, July 3, 2013, <http://newsroom.ucla.edu/stories/a-coded-message-hidden-in-floor-247232> などを参照。
- 372 **プロトコルという言葉は** Online Etymology Dictionary, <http://www.etymonline.com/index.php?term=protocol> などを参照。
- 374 **コンピューターが対話する** チャールズ・セヴェランスによるレナード・クラインロックへのインタビュー“Computing Conversations: Len Kleinrock on the Theory of Packets”(2013年)。<https://www.youtube.com/watch?v=qsgrtrwydjw>および<http://www.computer.org/csdl/mags/co/2013/08/mco201308006.html> を参照。
- 374 **「まったく受け入れがたい話」** Jacobson, “A New Way to Look at Networking.”
- 375 **当時最大のネットワーク** Kleinrock, “Computing Conversations.”
- 375 **この回線交換をやっつけ** 「パケット交換」という用語は、当時のパケット交換研究に大きな貢献をした一人である国立物理学研究所のドナルド・W・デイヴィスが提案した。
- 375 **「インターネットには接続** 2015年2月26日、スチュアート・チェシャーへの直接取材。
- 376 **一九五〇年代に開発された** Baran, “On Distributed Communications.”
- 376 **これに対してパケット交換** この点の詳しい説明と、ネットワークン

グの歴史(現在の問題も含む)についてのもっと幅広い考察については、Jacobson, “A New Way to Look at Networking” を参照。

377 二〇〇一年には、ノルウェー 鳥のプロトコルに関する記述は、Waitzman, *A Standard for the Transmission of IP Datagrams on Avian Carriers* や Waitzman, *IP Over Avian Carriers with Quality of Service* および Carpenter and Hinden, *Adaptation of RFC 1149 for IPv6* を参照。2001年4月28日、ノルウェーのベルゲンでこのジョークが実施された模様について詳しくは、<http://www.blug.linux.no/rfc1149> を参照。

378 一〇〇パーセント信頼 Cerf and Kahn, “A Protocol for Packet Network Intercommunication.”

379 コンピューター科学者は、Lampert, Shostak, and Pease, “The Byzantine Generals Problem.”

380 この仕組みは、パケットが このプロセスは「高速再送」と呼ばれる。

381 二〇一四年の後半に出された Jon Brodtkin, “Netflix takes up 9.5% of upstream traffic on the North American Internet: ACK packets make Netflix an upload monster during peak viewing hours,” *Ars Technica*, November 20, 2014. ブロードキンはサンドヴァインの *Global Internet Phenomena Report*, <https://www.sandvine.com/trends/global-internet-phenomena/> からデータを引用している。

382 分散型のシステムでは、Tyler Treat, “You Cannot Have Exactly-Once Delivery,” *Brave New Geek: Introspections of a software engineer*, March 25, 2015, <http://bravenewgeek.com/you-cannot-have-exactly-once-delivery/>.

382 「インターネットは、どんな 2012年、チャールズ・セヴェランスによるインタビュー “Computing Conversations: Vint Cerf on the History of Packets” でのヴィント・サーフの言葉。

383 「声の場合、パケットが消えて 同上。

384 世界で最も翻訳しにくい単語 Oliver Conway, “Congo Word ‘Most Untranslatable,’” *BBC News*, June 22, 2004.

385 一度めで成功しなければ Thomas H. Palmer, *Teacher’s Manual* (1840). 2009年の *The Oxford Dictionary of Proverbs* に掲載されている。

385 このシステムはのちに Abramson, “The ALOHA System.”

386 一九七〇年に出されたALOHA 同上。実際にはこの数字は $1/2e$ で、 n/e すわち「37パーセント」のちょうど半分であり、37パーセントというのは第1章で最適停止を扱ったときに出てきたのと同じ数字だ。

387 「競合する通信の数が不明で Jacobson, “Congestion Avoidance and

Control.”

390 この変革の先頭に立って Hawken and Kleiman, *Managing Drug Involved Probationers* で HOPE プログラムの評価が行なわれている。

390 「人の行動を変えようとするには 詳しくは “A New Probation Program in Hawaii Beats the Statistics,” *PBS NewsHour*, February 2, 2014 などを参照。

392 「帯域幅が急に一〇〇〇分の一 Jacobson, “Congestion Avoidance and Control.”

392 「もっと小規模のテストでは チャールズ・セヴェランスによるインタビューでのジェイコブソンの言葉。 “Van Jacobson: The Slow-Start Algorithm” (2012), <https://www.youtube.com/watch?v=QP4A6L7CEqA>.

393 まずはこのアルゴリズムを TCP において、試しにパケットを1つ送ったら次は2つに増やすというこの最初の手順は「スロースタート」と呼ばれている。しかしこの名称は部分的にしか正しくない。スロースタートは試しに送信するパケット1つだけで始めたときには「スロー」だが、その後の指数関数的な増加はスローではない。

395 「階層なき制御」 Gordon, “Control without Hierarchy” などを参照。

395 餌探しに成功したアリは アリの餌探しとスロースタートなどの流れ制御アルゴリズムを結びつける発見は、Prabhakar, Dektar, and Gordon, “The Regulation of Ant Colony Foraging Activity without Spatial Information” で紹介されている。

395 「すべての人は昇進を重ね、『ピーターの法則——創造的無能のすすめ』（ローレンス・J・ピーター&レイモンド・ハル、渡辺伸也訳、ダイヤモンド社）。

396 「すべての公僕は今地位 この広く引用される格言は、もとのスペイン語では “Todos los empleados públicos deberían descender a su grado inmediato inferior, porque han sido ascendidos hasta volverse incompetentes” である。

396 一流法律事務所の クラヴァス方式は、同事務所のウェブサイト (<http://www.cravath.com/cravathsystem/>) に正式に掲載されている。この方式で用いられる「昇進か解雇か」という部分については明確に触れられていないが、別の場所で広範に言及されている。たとえばアメリカ法曹協会はこう記している。「1920年代にクラヴァス・スウェイン・アンド・ムーアは、採用した若手弁護士の多くはパートナーの地位には到達できないということを明確にしたうえでロースクールの新卒者をオープンに採用したとして記録されている最初の法律事務所となった。パートナーになれなかったアソシエー

ト（平弁護士）は事務所を退職することが求められた。一方で、所定の年数にわたって必要な仕事をこなして順調に歩み、最も優秀と認められたアシエントは事務所の主要メンバーとなり、報酬がどんどん上がり、終身雇用を享受できた」（Janet Ellen Raasch, “Making Partner — or Not: Is It In, Up or Over in the Twenty-First Century?,” *Law Practice* 33, issue 4, June 2007）。

396 一九八〇年には、アメリカ軍 Rostker et al., *Defense Officer Personnel Management Act of 1980*などを参照。

396 イギリス軍でも「人員 Michael Smith, “Army Corporals Forced Out ‘to Save Pension Cash,’” *Telegraph*, July 29, 2002などを参照。

398 彼はまるですべての Bavelas, Coates, and Johnson, “Listeners as Co-Narrators”によれば、「ほとんどの理論において、聞き手はせいぜい脆弱な足場をもつだけとされる。極端な場合、聞き手は存在しないか、無意味な存在とされる。なぜならそうした理論は、聞き手に言及しないか、あるいは聞き手を添えもの扱いするからである。このように聞き手が無視されるのは、暗黙のうちに書き言葉がすべての言語使用の原型とされていることに一因があるのかもしれない」。

399 「実際、発話の番になった人と Yngve, “On Getting a Word in Edgewise.”

399 語り手が危機一髪の話をして Bavelas, Coates, and Johnson, “Listeners as Co-Narrators.”

400 二〇一四年、カリフォルニア Tolins and Fox Tree, “Addressee Backchannels Steer Narrative Development.”

400 「じつのところ、人によって 2015年1月15日、ジャクソン・トリンズとの直接のやりとり。

401 有効なアクティブキュー Nichols and Jacobson, “Controlling Queue Delay.”

401 一九九九年にエディター 1999年6月のRFC 2616文書 (<http://tools.ietf.org/html/rfc2616>で閲覧可能)に記されたHTTP 1.1のこと。

402 私は自宅にあった古い Jim Gettys, “Bufferbloat: Dark Buffers in the Internet,” Google Tech Talk, April 26, 2011.

402 「科学の世界で耳にする これはアイザック・アシモフの言葉として無数の文章に引用されているが、本当は誰の言葉なのか、出所がどこのかは定かでない。最初に出現したのは（アシモフの言葉とされて）UNIXのfortuneプログラムで、フォーチュンクッキー方式でさまざまな名言や格言が表示されるなかに入っていた。<http://quoteinvestigator.com/2015/03/02/eureka-funny/>を参照。アシモフは「エウレカ現象」に関する小論を書いて

はいるが、そこにこの言葉は出てこない。

406 バッファに関する基本原理 Nichols and Jacobson, “Controlling Queue Delay” を参照。

407 歌手のケイティー・ペリー アメリカ国勢調査局による 2015 年のカリフォルニア州の推定人口は 3914 万 4818 人。http://www.census.gov/popest/data/state/totals/2015/index.html を参照。

409 そのころ、メッセージを残す ジェシー・ヒックスによるレイ・トムリンソンへのインタビュー。“Ray Tomlinson, the Inventor of Email: ‘I See Email Being Used, by and Large, Exactly the Way I Envisioned,’” *Verge*, May 2, 2012, http://www.theverge.com/2012/5/2/2991486/ray-tomlinson-email-inventor-interview-i-see-email-being-used.

410 送信者に平均より長い たとえばシェフィールド大学の認知科学者、トム・スタフォードがこのような方法を実行した。2015 年の研究休暇中、彼は自動応答システムで「6 月 12 日まで研究休暇中です。t.stafford@shef.ac.uk に送信されたメールは削除されました」というメッセージを送っていた。

411 これは長年のあいだ ECN のコメント要請 (RFC) 文書は Ramakrishnan, Floyd, and Black, *The Addition of Explicit Congestion Notification (ECN) to IP* であり、これは Ramakrishnan and Floyd, *A Proposal to Add Explicit Congestion Notification (ECN) to IP* を改訂したものである。当初の提案は 1990 年代になされたが、ECN は今もまだ標準的なネットワークハードウェアに実装されていない (2015 年 2 月 26 日、スチュアート・チェシャーへの直接取材)。

411 「手ごわい長期戦になり 2014 年 7 月 15 日、ジム・ゲティスへの直接取材。

412 「ボーイング 747 型機は チェシャーが「熱弁」を振るったことで知られる 1996 年のブログ「遅延が問題だ」による。http://stuartcheshire.org/rants/Latency.html を参照。それから 20 年経ったが、当時の見解はいつそう正しいものとなっている。

11 ゲーム理論

414 人間は高貴で高潔であり、1996 年 2 月、*Wired* のゲーリー・ウルフによるスティーヴ・ジョブズへのインタビュー。

415 子どもは物語のプロット 21 世紀の子どもは時代に即応して、「個人」対「自然」、「個人」対「自我」、「個人」対「個人」、「個人」対「社会」について教わるようになってきている。

416 賢者なら、自分の盃に 『プリンセス・プライド・ストーリー』脚本 ウィリアム・ゴールドマン、20世紀フォックス、1987年。

416 「成功する投資とは、他者 Gregory Bergman, *Isms*, Adams Media, 2006において、ケインズの言葉とされている。

418 「レベル1は“私は知って” 2014年9月11日、ダン・スミスへの直接取材。

419 (注) のちにチューリング・ アラン・チューリングは“On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem”および“On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem. A Correction”で停止問題について考察し、チューリング・マシンを提案している。

419 そしてドワンは この対戦は、2009年11月17～19日にロンドンのレザンパサドル・クラブで開催された Full Tilt Poker Durrurr Million Dollar Challenge の中で行なわれ、スカイスポーツでテレビ放送された。

420 「相手より上に行きすぎる Vanessa Rousso, “Leveling Wars,” <https://www.youtube.com/watch?v=Yt5ALnFrwR4>.

421 「たいていの場合、理論 2014年9月11日、ダン・スミスへの直接取材。

421 このタイプのゲームを分析 ゲーム理論的均衡という概念（およびゲーム理論そのもの）は、プリンストン大学のジョン・フォン・ノイマンとオスカー・モルゲンシュテルンの『ゲームの理論と経済行動』（J・フォン・ノイマン&O・モルゲンシュテルン、銀林浩・橋本和美・宮本敏雄監訳、阿部修一・銀林浩・下島英忠・橋本和美・宮本敏雄訳、ちくま学芸文庫）で最初に扱われた。

422 じゃんけん じゃんけん大会での多彩なプレイ（3回の動作からなるさまざまな「作戦」の用語集——「石・石・石」は「なだれ」、「紙・紙・紙」なら「役人」、「石・紙・紙」なら「一握りの金」など——を含む）について知りたければ、<http://worldrps.com>をお勧めする。コンピュータによるじゃんけんについては、Rock Paper Scissors Programming Competition (<http://www.rpscontest.com>)を見てほしい。

422 三種類の手の形を完全に この例のようにランダム性を取り入れた戦略を「混合」戦略と呼ぶ。これと対になるのが「純粋」戦略であり、こちらは常に同じ選択肢を選び続けるというものだが、明らかにじゃんけんでは長く使えない。混合戦略は多くのゲームで均衡の一要素として現れる。特にプレイヤーどうしの利害が直接対決する「ゼロサム」ゲームでこの戦略が見られる。

422 数学者のジョン・ナッシュ Nash, “Equilibrium Points in N -Person Games” および Nash, “Non-Cooperative Games.”

422 プレイヤーが二人のゲームでは もっと正確に言えば、前掲の論文は、プレイヤーが有限数で戦略も有限数のゲームには少なくとも 1 つは必ず混合戦略均衡が存在することを証明した。

423 「経済学や社会科学に Myerson, “Nash Equilibrium and the History of Economic Theory.”

424 「行為者のとる均衡行動を Papadimitriou, “Foreword.”

424 「なるほど。しかし、 Tim Roughgarden, “Algorithmic Game Theory, Lecture 1 (Introduction),” Autumn 2013, https://www.youtube.com/watch?v=TM_QFmQU_VA.

424 二〇世紀の終わりまでに、 Gilboa and Zemel, “Nash and Correlated Equilibria.”

424 二〇〇五年から二〇〇八年 具体的には、ナッシュ均衡を見出すことは、PPAD (NP と同じく、手に負えないと広く考えられている) と呼ばれる問題クラスに属することが示された。ナッシュ均衡と PPAD との関係は、Daskalakis, Goldberg, and Papadimitriou, “The Complexity of Computing a Nash Equilibrium” および Goldberg and Papadimitriou, “Reducibility Between Equilibrium Problems” で証明され、Chen and Deng, “Settling the Complexity of Two-Player Nash Equilibrium” においてプレイヤーが 2 人のゲームにまで拡張され、さらに Daskalakis, Goldberg, and Papadimitriou, “The Complexity of Computing a Nash Equilibrium” で一般化された。PPAD とは Polynomial Parity Arguments on Directed graphs を表す。“On Complexity as Bounded Rationality” でこの問題クラスを命名したパパディミトリウは、それが自分の名前と似ているとしたら単なる偶然だと主張している (2014 年 9 月 4 日、クリストス・パパディミトリウへの直接取材)。

PPAD には、ほかにも興味深い問題が含まれる。たとえば、ハムサンドウィッチ問題というのがある。 n 個の次元において $2n$ 個の点からなる集合が n 個ある場合、点の各集合を正確に半分に分ける平面を見つけよ、という問題である ($n=3$ の場合、点の集合 3 個を半分に切り分けるのにナイフが通過したはずの経路を解明する必要がある。それらの集合がパン 2 枚とハム 1 枚に対応するならば、その結果は完璧に二等分されたサンドウィッチとなる)。ナッシュ均衡を見出すことは、じつは PPAD 完全である。つまりこれを解決するための効率的なアルゴリズムが存在するならば、同じクラスに属するほかの問題もすべて効率的に解決できることになる (世界で最もきちん

と整ったサンドウィッチをつくることも含めて)。しかし PPAD 完全であることは、NP 完全であることほど悪くない。効率的に解決できる問題クラスである P は、NP とイコールであることなく PPAD とイコールになりえる。本書の執筆時点では、結論はまだ出ていない。ナッシュ均衡を見出せる効率的なアルゴリズムを考案することは理論的には可能だが、ほとんどの専門家は沈黙している。

425 「均衡という概念が効率的 Christos Papadimitriou, “The Complexity of Finding Nash Equilibria,” in Nisan et al., *Algorithmic Game Theory*.

425 「私の見解としては、ナッシュ Aaronson, “Why Philosophers Should Care About Computational Complexity.”

425 「ノートパソコンに発見 Nisan et al., *Algorithmic Game Theory*, p. 30 の Christos Papadimitriou, “The Complexity of Finding Nash Equilibria” に記されている。

426 ゲーム理論において最も 囚人のジレンマを最初に考えたのは、ランド研究所のメルル・フラッド（秘書問題と巡回セールスマン問題で知られている）とメルヴィン・ドレシャーである。1950年1月、二人は囚人のジレンマと同様の利得を設定したゲームで UCLA のアルメン・アルキアンとランド研究所のジョン・D・ウィリアムズを対決させた（Flood, “Some Experimental Games”）。この実験に関心を抱いたプリンストン大学のアルバート・タッカーが、その年の5月にスタンフォード大学で行なう講演でこれを取り上げようと準備をしていたときに、この問題に今ではよく知られている監獄の設定と名称を与えた。ランド研究所におけるゲーム理論の誕生と発展の詳しい経緯については、『囚人のジレンマ——フォン・ノイマンとゲームの理論』（ウィリアム・パウンドストーン、松浦俊輔他訳、青土社）で読むことができる。

428 意外にも、ティム・ Roughgarden and Tardos, “How Bad Is Selfish Routing?” ラフガーデンが2002年にコーネル大学に提出した博士論文でも、利己的な経路選択というテーマが扱われている。

429 「楽観主義者は、われわれ Cabell, *The Silver Stallion*.

430 ハーディンは論文の読者に Hardin, “The Tragedy of the Commons.”

431 子どものころ、有鉛ガソリン 2014年12月17日、アヴリム・ブルームへの直接取材。

431 「気候の安定化には化石 Scott K. Johnson, “Stable Climate Demands Most Fossil Fuels Stay in the Ground, but Whose?,” *Ars Technica*, January 8, 2015.

- 431 「アメリカほど労働の “In Search of Lost Time,” *Economist*, December 20, 2014.
- 432 最近の調査では、平均的 Glassdoor による調査。前掲記事で紹介されている。
- 432 「社員が一番たくさん Mathias Meyer, “From Open (Unlimited) to Minimum Vacation Policy,” December 10, 2014, <http://www.paperplanes.de/2014/12/10/from-open-to-minimum-vacation-policy.html>.
- 433 「各店がこれまでになく Nicole Massabrook, “Stores Open on Thanksgiving 2014: Walmart, Target, Best Buy and Other Store Hours on Turkey Day,” *International Business Times*, November 26, 2014.
- 434 うまくやったやつを Ice-T, “Don’t Hate the Playa,” *The Seventh Deadly Sin*, 1999.
- 434 ファミリーに歯向かう 『ゴッドファーザー』脚本マリオ・プーゾ & フランシス・フォード・コッポラ、パラマウント映画、1972年。
- 434 「囚人のジレンマが人間の このピンモアの言葉は、『正義のゲーム理論的基礎』（ケン・ピンモア、栗林寛幸訳、NTT 出版）や『ゲーム理論』（ケン・ピンモア、海野道郎・金澤悠介訳・解説、岩波書店）など、さまざまな文献に記されている。カントの「定言命法」は1785年に出版された『道徳形而上学の基礎づけ』（邦訳は中山元訳、光文社古典新訳文庫など）に書かれていた言葉で、1788年の『実践理性批判』（邦訳は中山元訳、光文社古典新訳文庫など）で論じられている。
- 437 ウェブサービス提供 リービンは、アダム・ブライアントによるインタビュー（“The Phones Are Out, but the Robot Is In,” *New York Times*, April 7, 2012）などで、この1000ドル支給の動機について語っている。
- 437 最低限の休暇の取得を 金融業界では強制休暇はすでに標準的な慣行として実施されているが、その目的は勤労意欲の向上ではなく不正の発見である。強制休暇と不正については、Philip Delves Broughton, “Take Those Two Weeks Off—or Else,” *Wall Street Journal*, August 28, 2012などを参照。
- 438 アメリカは先進国のなかで Rebecca Ray, Milla Sanes, and John Schmitt, “No-Vacation Nation Revisited,” *Center for Economic Policy and Research*, May 2013, <http://www.cepr.net/index.php/publications/reports/no-vacation-nation-2013>.
- 439 まさにそのことをテーマ 『コンピュータ科学者がめったに語らないこと』（ドナルド・E・クヌース、滝沢徹・牧野祐子・富澤昇訳、エスアイビー・アクセス）。

- 440 心情は、理性の知らない、パスカルが『パンセ』（パスカル、前田陽一・由木康訳、中公クラシックス）277 節に記した原文は次のとおり。“Le cœur a ses raisons, que la raison ne connaît point.”
- 440 林冠はちょうどなだらかな 『進化の存在証明』（リチャード・ドーキンス、垂水雄二訳、早川書房）。
- 443 やはり寄生虫であるトキソ Ingram et al., “Mice Infected with Low-Virulence Strains of *Toxoplasma Gondii*.”
- 443 「道徳性とは、個人に 『愉しい学問』（フリードリヒ・ニーチェ、森一郎訳、講談社学術文庫）116 番。
- 443 「自分の物を盗まれれば 『オデッセウスの鎖——適応プログラムとしての感情』（ロバート・H・フランク、山岸俊男監訳、大坪庸介他訳、サイエンス社）。
- 444 「後になって都合が悪く 同上。
- 445 そう、人は自分が重視する 2015 年 4 月 13 日、ロバート・フランクへの直接取材。Frank, “If Homo Economicus Could Choose” にこの考えが記されているが、それは以下のような著作をもとにして発展させたものだと彼はあっさり認める。『紛争の戦略——ゲーム理論のエッセンス』（トーマス・シェリング、河野勝監訳、勁草書房）、Schelling, “Altruism, Meanness, and Other Potentially Strategic Behaviors”; Akerlof, “Loyalty Filters”; Hirshleifer, “On the Emotions as Guarantors of Threats and Promises”; Sen, “Goals, Commitment, and Identity,” 『合意による道徳』（デイヴィッド・ゴティエ、小林公訳、木鐸社）。フランクはこれらの考えを『オデッセウスの鎖』という一冊の本にまとめている。
- 445 「囚人が幸福なら、なぜ牢に 『人と超人』（バーナード・ショー、喜志哲雄訳、白水社『バーナード・ショー名作集』所収）。
- 448 グーグルは収益の九〇 株主報告書に詳細に記されているとおり、グーグルの 2014 年の広告収入は 596 億ドルで、総収益 660 億ドルのおよそ 90.3 パーセントを占めていた。<https://investor.google.com/financial/tables.html> を参照。
- 448 政府は電信用電波の 2015 年 1 月 29 日に終了した AWS-3 オークションで勝った入札は、総額 44 兆 8990 億ドルとなった。http://wireless.fcc.gov/auctions/default.htm?job=auction_factsheet&id=97 を参照。
- 449 これだけでも十分に厄介 参加者が 2 人の封印第一価格オークションにおける均衡戦略は、自分の評価額のちょうど半分の金額で入札することだ。一般化すると、このオークション方式で n 人が参加している場合、自分の

評価額のちょうど $(n-1)/n$ 倍で入札すべきである。この戦略はナッシュ均衡だが支配戦略ではない点が重要だ。つまり、全員が同じやり方をしたら最良の結果が得られるが、必ずしも常に最適とは限らない。その点は気をつけなくてはいけない。また、参加者数がわからない場合には、最適戦略はたちまちややこしくなる。An, Hu, and Shum, “Estimating First-Price Auctions with an Unknown Number of Bidders: A Misclassification Approach”などを参照。実際、一見明快な答えである $(n-1)/n$ も、参加者が「リスク中立的」でさまざまな評価額が一定の範囲内で均等に分布しているという重大な前提を必要とする。この $(n-1)/n$ という答えは、Vickrey, “Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders”による。ヴィックリーは「入札額が均等に分布しているという前提が破られたら、完璧な対応をするための計算は手に負えなくなる」と警告している。

449 オランダで毎日開かれる アールスメール花市場について詳しくは、<http://www.floraholland.com/en/about-floraholland/visit-the-flower-auction/>を参照。

451 「ほかのみんな」が何の この「崖」が比喩ではなく本物のこともある。たとえば《ニューヨーク・タイムズ》紙が、ワシントン州で起きた数人の経験豊富なバックカントリースキーヤーの死亡事故を報じている。メンバーのほとんどがいやな予感を覚えていたにもかかわらず、非常に熟練したスキーヤーのグループがなぜ悲惨な結果に至ったのか、生存者の話からその経緯がわかる。

「私に決定権があったなら、12人もの人と一緒にバックカントリースキーには絶対に行きませんでした。12人というのはあまりにも多すぎますから。でも、「おい、人数が多すぎる。やめたほうがいい』とは言いにくい空気みたいなものがあったのです」と生存者の一人が証言する。

「このグループが間違った判断をするなんてありえない。もちろん、みんなで行ったって大丈夫だ。大丈夫なはずだ」と別の生存者が独り言のように話す。

「私はとにかくいやだと思っていました。みんなにもやめろと言いたかった」とさらに別の生存者が語る。

「ああ、あそこはまずい、と思いました。あんな大勢で行くのはまずいのです。でも何も言えませんでした。空気の読めないやつと思われたくなかったので」と4人めが吐露する。

記事はこう結ばれている。「グループ内の地元出身者はみな、ほかのメンバーの考えていることがわかっているつもりだった。しかし実際にはわかっ

ていなかった」。Branch, “Snow Fall” を参照。

451 スシル・ビクチャンダニ Bikhchandani, Hirshleifer, and Welch, “A Theory of Fads.” Bikhchandani, Hirshleifer, and Welch, “Learning from the Behavior of Others” も参照。

452 「誰かが自分自身の 2014年8月27日、デイヴィッド・ヒルシュライファーへの直接取材。

453 この本は二〇一一年四月 アマゾンで起きたこの本の価格設定に気づいて報告したのは、カリフォルニア大学パークリー校の生物学者、マイケル・アイセンである。アイセンのブログ *it is NOT junk*, <http://www.michaeleisen.org/blog/?p=358> に掲載された “Amazon’s \$23,698,655.93 book about flies,” April 23, 2011 を参照。

454 現実世界の商品価値を 瞬間暴落の直後にコロンビア大学の経済学者ラジヴ・セティが示した反応などを参照。Sethi, “Algorithmic Trading and Price Volatility.”

455 このような人が集団全体を メカニズムデザインや進化についても同様に考えることができる。平均すれば、ある程度の慎重さをもって集団に従うのが個人にとっては有利である。しかし頑固な一匹狼タイプの人間が集団内にいると、誰もがその存在から恩恵を受けられる。このように、傲慢さはある種の利他主義ととらえることができる。集団におけるこのようなメンバーの「社会的に最適な割合」について詳しくは、Bernardo and Welch, “On the Evolution of Overconfidence and Entrepreneurs” を参照。

456 アルゴリズム的ゲーム理論 「アルゴリズム的メカニズムデザイン」という言葉を専門文献として初めて取り上げたのは、Nisan and Ronen, “Algorithmic Mechanism Design” である。

456 ヴィックリー・オークション Vickrey, “Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders” を参照。

457 この性質ゆえに、ヴィックリー 「耐戦略性」のゲームは「誘因両立」とも呼ばれる。Nisan et al., eds., *Algorithmic Game Theory* に収録された Noam Nisan, “Introduction to Mechanism Design (for Computer Scientists)” を参照。

457 ところがヴィックリー・ ゲーム理論の用語で言うと、このおかげでヴィックリー・オークションは「支配戦略・誘因両立」(DSIC)となる。アルゴリズム的ゲーム理論の重要な成果である「マイヤーソンの補題」は、実現しうる DSIC の支払いメカニズムは1つしかないと主張する。つまりヴィックリー・オークションは、戦略的、再帰的、不正直な行動を回避するた

めの1つの方法であるだけでなく、唯一の方法なのだ。Myerson, “Optimal Auction Design” を参照。

458 「収入同値定理」と呼ばれる 収入同値定理は Vickrey, “Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders” に初出し、Myerson, “Optimal Auction Design” および Riley and Samuelson, “Optimal Auctions” によって広まった。

458 ティム・ラフガーデンが Tim Roughgarden, “Algorithmic Game Theory, Lecture 3 (Myerson’s Lemma),” <https://www.youtube.com/watch?v=9qZwchMuslk>. 2013年10月2日に公開。

458 「嘘についても何の得にも 2015年4月13日、ノアム・ニサンへの直接取材。

459 「さまざまな面から見てみると、 2015年4月21日、ポール・ミルグロムへの直接取材。

460 「地獄とは他人のことだ」 『出口なし』（サルトル、伊吹武彦訳、筑摩書房『筑摩世界文学大系 89 サルトル』所収）（訳注 あとの引用は1965年にサルトルが講演で語った言葉）。

結 論

462 人間に関する重要な事柄 Flood, “What Future Is There for Intelligent Machines?”

463 「客観的な正しさを判断 Russell, “The Elements of Ethics.”

463 これは一種の計算 Baltzly, “Stoicism” などを参照。

465 その違いというのは じつは、これはPとNPの差でもある。この性質についてのもっとおもしろい哲学的な考察については、Aaronson, “Reasons to Believe” および Wigderson, “Knowledge, Creativity, and P versus NP” を参照。

466 「残念だったな」 このようなシナリオは「アビリーンのパラドックス」と呼ばれることがある。Harvey, “The Abilene Paradox” を参照。

466 礼儀として希望を言わずに ティム・フェリスもこの点を主張しており、こんなことを書いている。「どういう選択肢があるかを人に尋ねるのはやめて、自分から解決策を提案するようにしよう。まずは、ちょっとしたことから始めてみよう。例えば、誰かを出かけて、『何を食べる?』とか『何の映画にしようか?』と言われたときに、『君は何がいい?』などと質問返しするのを、まずはやめてみる。必ず、答えを提案しよう。あれこれ迷いながら、相談しながら、答えにたどりつくようなやり方はダメだ』。『週

4時間」だけ働く。——9時-5時労働からおさらばして、世界中の好きな場所に住み、ニューリッチになろう。』（ティモシー・フェリス、田中じゅん訳、青志社。上の引用も同書より）を参照。

467 誰かをランチに誘う グループの各メンバーがすべての選択をどう評価しているか知り、それにもとづいて適切な意思決定の方針を用いるのが理想的である。一つのやり方として、各メンバーが選択肢に割り当てた価値の積が最大となる選択肢を単純に選ぶという手がある。この方式では、気に入らない選択肢の価値をゼロとすることによってそれを拒否することもできる。ジョン・ナッシュ以来、経済学の分野でこれがすぐれた戦略だとする主張がなされている。Nash, “The Bargaining Problem” を参照。

467 二〇〇三年、ウォータールー Shallit, “What This Country Needs Is an 18¢ Piece.”

468 このようなややこしい額面設定は Lueker, “Two NP-Complete Problems in Nonnegative Integer Programming” は、一定の条件のもとではおつりの硬貨の枚数を最小化するという問題がNP困難であることを示している。硬貨の額面が二進法またはおなじみの十進法に従っている場合にはこの結果が成り立つ。しかし一進法の場合には成り立たず、有効解が存在するということが Wright, “The Change-Making Problem” で示されている。おつりの出し方の計算複雑性について詳しくは、Kozen and Zaks, “Optimal Bounds for the Change-Making Problem” も参照。

469 ある程度走って空いた Cassidy and Kobza, “A Probabilistic Approach to Evaluate Strategies for Selecting a Parking Space” では、駐車スペース探しのアルゴリズムとして「列を決めて最も近いスペースに停める」方法（PRCS法：“Pick a Row, Closest Space”）と「ぐるぐる回る」方法（CYC法：“Cycling”）を比較している。CYC法のほうが複雑で、最適停止ルールが必要となるのに対し、PRCS法は目的地からスタートしてそこから遠ざかる方向へ進み、最初に見つかったスペースに駐車する。より積極的なCYC法のほうが平均するとよいスペースを見つけられたが、所要時間では単純なPRCS法のほうがすぐれていた。よりよいスペースを見つければ駐車スペースから目的地まで歩く時間が短縮できるが、CYC法を用いた場合にはこうして短縮した時間よりも多くの時間がスペース探しに費やされていた。この論文の著者らは、駐車場の設計においてこの種の研究が役に立つかもしれないと指摘している。駐車場の計算モデルについては、Benenson, Martens, and Birfir, “PARKAGENT: An Agent-Based Model of Parking in the City” などでも検討されている。

470 希少な共有資源の管理 スピンとブロックが行なわれる状況について詳しくは、Boguslavsky et al., “Optimal Strategies for Spinning and Blocking”などを参照（この論文の著者は、第1章の水上スキー旅行のところでちょっと顔を出したレオニード・ボグスラフスキーと同一人物である）。

参考文献

- Aaronson, Scott. “Reasons to Believe” *Shtetl-Optimized* (blog), September 4, 2006. <http://www.scottaaronson.com/blog/?p=122/>.
- _____. “Why Philosophers Should Care About Computational Complexity.” *arXiv preprint arXiv:1108.1791*, 2011.
- Abramson, Norman. “The ALOHA System: Another Alternative for Computer Communications.” In *Proceedings of the November 17-19, 1970, Fall Joint Computer Conference*, 1970, 281-285.
- Ackley, David H. “Beyond Efficiency.” *Communications of the ACM* 56, no. 10 (2013): 38-40.
- Agrawal, Manindra, Neeraj Kayal, and Nitin Saxena. “PRIMES Is in P .” *Annals of Mathematics* 160 (2004): 781-793.
- Agrawal, Rajeev. “Sample Mean Based Index Policies with $O(\log n)$ Regret for the Multi-Armed Bandit Problem.” *Advances in Applied Probability* 27 (1995): 1054-1078.
- Agrawal, Shipra, and Navin Goyal. “Analysis of Thompson Sampling for the Multi-armed Bandit Problem.” In *Proceedings of the 25th Annual Conference on Learning Theory*, 2012.
- Akerlof, George A. “Loyalty Filters.” *American Economic Review* 1983, 54-63.
- Allen, David. *Getting Things Done: The Art of Stress-Free Productivity*. New York: Penguin, 2002. (『ストレスフリーの整理術——はじめての GTD』デビッド・アレン、田口元監訳、二見書房)
- Aloupis, Greg, Erik D. Demaine, and Alan Guo. “Classic Nintendo Games Are (NP) -Hard.” *arXiv preprint arXiv:1203.1895*, 2012.
- An, Yonghong, Yingyao Hu, and Matthew Shum. “Estimating First-Price Auctions with an Unknown Number of Bidders: A Misclassification Approach.” *Journal of Econometrics* 157, no. 2 (2010): 328-341.
- Anderson, John R. *The Adaptive Character of Thought*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1990.
- Anderson, John R., and Robert Milson. “Human Memory: An Adaptive Perspective.” *Psychological Review* 96, no. 4 (1989): 703-719.
- Anderson, John R., and Lael J. Schooler. “Reflections of the Environment in

- Memory.” *Psychological Science* 2, no. 6 (1991): 396-408.
- Ariely, Dan, and Simon Jones. *Predictably Irrational*. New York: HarperCollins, 2008. (『予想どおりに不合理——行動経済学が明かす「あなたがそれを選ぶわけ」』ダン・アリエリー、熊谷淳子訳、ハヤカワ文庫)
- Arrhenius, Gustaf. “An Impossibility Theorem in Population Axiology with Weak Ordering Assumptions.” *Philosophical Studies* 49 (1999): 11-21.
- Auer, Peter, Nicolò Cesa-Bianchi, and Paul Fischer. “Finite-Time Analysis of the Multiarmed Bandit Problem.” *Machine Learning* 47 (2002): 235-256.
- Austen, Jane. *Emma*. London: John Murray, 1815. (『エマ』ジェイン・オースティン、阿部知二訳、中公文庫)
- Austrian, Geoffrey D. *Herman Hollerith: Forgotten Giant of Information Processing*. New York: Columbia University Press, 1982.
- Bachmann, Paul. *Die analytische Zahlentheorie*. Leipzig: Teubner, 1894.
- Badger, Lee. “Lazzarini’s Lucky Approximation of π .” *Mathematics Magazine* 67 (1994): 83-91.
- Bailey, Arthur L. *Credibility Procedures: Laplace’s Generalization of Bayes’ Rule and the Combination of Collateral Knowledge with Observed Data*. New York: New York State Insurance Department, 1950.
- Baker, Kenneth R. *Introduction to Sequencing and Scheduling*. New York: Wiley, 1974.
- Baker, Kenneth R., Eugene L. Lawler, Jan Karel Lenstra, and Alexander H. G. Rinnooy Kan. “Preemptive Scheduling of a Single Machine to Minimize Maximum Cost Subject to Release Dates and Precedence Constraints.” *Operations Research* 31, no. 2 (1983): 381-386.
- Baltzly, Dirk. “Stoicism.” In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (spring 2014 edition). Edited by Edward N. Zalta. <http://plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/stoicism/>.
- Banks, Jeffrey S., and Rangarajan K Sundaram. “Switching Costs and the Gittins Index.” *Econometrica* 62 (1994): 687-694.
- Barabási, Albert-László. *Linked: How Everything Is Connected to Everything Else and What It Means for Business, Science, and Everyday Life*. New York: Penguin, 2002. (『新ネットワーク思考』アルバート＝ラズロ・バラバシ、青木薫訳、日本放送出版協会)
- Baran, Paul. “On Distributed Communications.” *Volumes I-XI, RAND Corporation Research Documents*, August 1964, 637-648.

- Barnard, Chester I. *The Functions of the Executive*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1938. (『経営者の役割』C・I・バーナード、山本安次郎・田杉競・飯野春樹訳、ダイヤモンド社)
- Bartlett, Robert H., Dietrich W. Roloff, Richard G. Cornell, Alice French Andrews, Peter W. Dillon, and Joseph B. Zwischenberger. “Extracorporeal Circulation in Neonatal Respiratory Failure: A Prospective Randomized Study.” *Pediatrics* 76, no. 4 (1985): 479-487.
- Baumgardt, Carola. *Johannes Kepler: Life and Letters*. New York: Philosophical Library, 1951.
- Bavelas, Janet B., Linda Coates, and Trudy Johnson. “Listeners as Co-Narrators.” *Journal of Personality and Social Psychology* 79, no. 6 (2000): 941-952.
- Bayes, Thomas. “An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances.” *Philosophical Transactions* 53 (1763): 370-418.
- Bearden, Neil. “A New Secretary Problem with Rank-Based Selection and Cardinal Payoffs.” *Journal of Mathematical Psychology* 50 (2006): 58-59.
- Bélády, Laszlo A. “A Study of Replacement Algorithms for a Virtual-Storage Computer.” *IBM Systems Journal* 5 (1966): 78-101.
- Bélády, Laszlo A., Robert A Nelson, and Gerald S. Shedler. “An Anomaly in Space-Time Characteristics of Certain Programs Running in a Paging Machine.” *Communications of the ACM* 12, no. 6 (1969): 349-353.
- Belew, Richard K. *Finding Out About: A Cognitive Perspective on Search Engine Technology and the WWW*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000.
- Bell, Aubrey F. G. *In Portugal*. New York: John Lane, 1912.
- Bellhouse, David R. “The Reverend Thomas Bayes, FRS: A Biography to Celebrate the Tercentenary of His Birth.” *Statistical Science* 19 (2004): 3-43.
- Bellman, Richard. *Dynamic Programming*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1957. (『ダイナミック・プログラミング』ベルマン、小田中敏男他訳、東京図書)
- _____. “A Problem in the Sequential Design of Experiments.” *Sankhyā: The Indian Journal of Statistics* 16 (1956): 221-229.
- Bellows, Meghan L., and J. D. Luc Peterson. “Finding an Optimal Seating Chart.” *Annals of Improbable Research* (2012).
- Benenson, Itzhak, Karel Martens, and Slava Birfir. “PARKAGENT: An Agent-

- Based Model of Parking in the City.” *Computers, Environment and Urban Systems* 32, no. 6 (2008): 431-439.
- Berezovsky, Boris, and Alexander V. Gnedin. *Problems of Best Choice* (in Russian). Moscow: Akademia Nauk, 1984.
- Berg-Kirkpatrick, Taylor, and Dan Klein. “Decipherment with a Million Random Restarts.” In *Proceedings of the Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing* (2013): 874-878.
- Bernardo, Antonio E., and Ivo Welch. “On the Evolution of Overconfidence and Entrepreneurs.” *Journal of Economics & Management Strategy* 10, no. 3 (2001): 301-330.
- Berry, Donald A. “A Bernoulli Two-Armed Bandit.” *Annals of Mathematical Statistics* 43 (1972): 871-897.
- _____. “Comment: Ethics and ECMO.” *Statistical Science* 4 (1989): 306-310.
- Berry, Donald A., and Bert Fristed. *Bandit Problems: Sequential Allocation of Experiments*. New York: Chapman and Hall, 1985.
- Bettencourt, Luís M. A., José Lobo, Dirk Helbing, Christian Kühnert, and Geoffrey B. West. “Growth, Innovation, Scaling, and the Pace of Life in Cities.” *Proceedings of the National Academy of Sciences* 104, no. 17 (2007): 7301-7306.
- Bikhchandani, Sushil, David Hirshleifer, and Ivo Welch. “A Theory of Fads, Fashion, Custom, and Cultural Change as Informational Cascades.” *Journal of Political Economy* 100, no. 5 (1992): 992-1026.
- _____. “Learning from the Behavior of Others: Conformity, Fads, and Informational Cascades.” *Journal of Economic Perspectives* 12, no. 3 (1998): 151-170.
- Binmore, Ken. *Game Theory: A Very Short Introduction*. New York: Oxford University Press, 2007. (『ゲーム理論』ケン・ビンモア、海野道郎・金澤悠介訳、岩波書店)
- _____. *Natural Justice*. New York: Oxford University Press, 2005. (『正義のゲーム理論的基礎』ケン・ビンモア、栗林寛幸訳、NTT出版)
- Bjarnason, Ronald, Alan Fern, and Prasad Tadepalli. “Lower Bounding Klondike Solitaire with Monte-Carlo Planning.” In *Proceedings of the 19th International Conference on Automated Planning and Scheduling, ICAPS 2009*.
- Blau, Peter Michael. *The Dynamics of Bureaucracy: A Study of Interpersonal*

- Relations in Two Government Agencies*. Chicago: University of Chicago Press, 1955.
- Bloom, Burton H. "Space/Time Trade-offs in Hash Coding with Allowable Errors." *Communications of the ACM* 13, no. 7 (1970): 422-426.
- Boguslavsky, Leonid, Karim Harzallah, A. Kreinen, K. Sevcik, and Alexander Vainshtein. "Optimal Strategies for Spinning and Blocking." *Journal of Parallel and Distributed Computing* 21, no. 2 (1994): 246-254.
- Boorstin, Daniel J. *The Discoverers: A History of Man's Search to Know His World and Himself*. New York: Random House, 1983. (『大発見——未知に挑んだ人間の歴史』ダニエル・ブアスティン、鈴木主税・野中邦子訳、綜合社)
- Bradt, Russell N., S. M. Johnson, and Samuel Karlin. "On Sequential Designs for Maximizing the Sum of N Observations." *Annals of Mathematical Statistics* 27 (1956): 1060-1074.
- Branch, John. "Snow Fall: The Avalanche at Tunnel Creek." *New York Times*, December 20, 2012.
- Brown, Alexander L., and Joanna N. Lahey. *Small Victories: Creating Intrinsic Motivation in Savings and Debt Reduction*. Technical report. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research, 2014.
- Brush, Eleanor R., David C. Krakauer, and Jessica C. Flack. "A Family of Algorithms for Computing Consensus About Node State from Network Data." *PLoS Computational Biology* 9, no. 7 (2013).
- Bruss, F. Thomas. "A Unified Approach to a Class of Best Choice Problems with an Unknown Number of Options." *Annals of Probability* 12 (1984): 882-889.
- Buch, P. "Future Prospects Discussed." *Nature* 368 (1994): 107-108.
- Buffon, Georges-Louis Leclerc, Comte de. "Essai d'arithmétique morale." *Supplément à l'Histoire naturelle, générale et particulière* 4 (1777): 46-148.
- Burks, Arthur W., Herman H. Goldstine, and John von Neumann. *Preliminary Discussion of the Logical Design of an Electronic Computing Instrument*. Princeton, NJ: Institute for Advanced Study, 1946.
- Burrell, Quentin. "A Simple Stochastic Model for Library Loans." *Journal of Documentation* 36, no. 2 (1980): 115-132.
- Burthe Jr., Ronald. "Further Investigations with the Strong Probable Prime Test." *Mathematics of Computation of the American Mathematical Society* 65,

- no. 213 (1996): 373-381.
- Cabell, James Branch. *The Silver Stallion*. New York: Robert M. McBride, 1926.
- Campbell, Donald T. "Blind Variation and Selective Retention in Creative Thought as in Other Knowledge Processes." *Psychological Review* 67 (1960): 380-400.
- Carpenter, Brian, and Robert Hinden. *Adaptation of RFC 1149 for IPv6*. Technical report. RFC 6214, April 2011.
- Carroll, Lewis. *Sylvie and Bruno Concluded*. London: Macmillan, 1893.
- Carstensen, Laura L. "Social and Emotional Patterns in Adulthood: Support for Socioemotional Selectivity Theory." *Psychology and Aging* 7 (1992): 331-338.
- Cassady, C. Richard, and John E. Kobza. "A Probabilistic Approach to Evaluate Strategies for Selecting a Parking Space." *Transportation Science* 32, no. 1 (1998): 30-42.
- Cawdrey, Robert. *A Table Alphabeticall, conteyning and teaching the true writing, and vnderstanding of hard vsuall English wordes, borrowed from the Hebrew, Greeke, Latine, or French, &c. With the interpretation thereof by plaine English words, gathered for the benefit & helpe of ladies, gentlewomen, or any other vnskilfull persons. Whereby they may the more easilie and better vnderstand many hard English wordes, which they shall heare or read in Scriptures, Sermons, or elsewhere, and also be made able to vse the same aptly themselues*. London: Edmund Weaver, 1604.
- Cayley, Arthur. "Mathematical Questions with Their Solutions." *Educational Times* 23 (1875): 18-19.
- _____. *The Collected Mathematical Papers of Arthur Cayley* 10: 587-588. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1896.
- Cerf, Vinton G., and Robert E. Kahn. "A Protocol for Packet Network Intercommunication." *IEEE Transactions on Communications* 22, no. 5 (1974): 637-648.
- Chabert, Jean-Luc, Evelyne Barbin, and Christopher John Weeks. *A History of Algorithms: From the Pebble to the Microchip*. Berlin: Springer, 1999.
- Charles, Susan T., and Laura L. Carstensen. "Social and Emotional Aging." *Annual Review of Psychology* 61 (2010): 383-409.
- Chen, Stanley F., and Joshua Goodman. "An Empirical Study of Smoothing

- Techniques for Language Modeling.” In *Proceedings of the 34th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics*, 1996, 310-318.
- Chen, Xi, and Xiaotie Deng. “Settling the Complexity of Two-Player Nash Equilibrium.” In *Foundations of Computer Science*, 2006, 261-272.
- Chow, Y. S., and Herbert Robbins. “A Martingale System Theorem and Applications.” In *Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*. Berkeley: University of California Press, 1961.
- _____. “On Optimal Stopping Rules.” *Probability Theory and Related Fields* 2 (1963): 33-49.
- Chow, Y. S., Sigaiti Moriguti, Herbert Robbins, and S. M. Samuels. “Optimal Selection Based on Relative Rank (the ‘Secretary Problem’).” *Israel Journal of Mathematics* 2 (1964): 81-90.
- Christian, Brian. “The A/B Test: Inside the Technology That’s Changing the Rules of Business.” *Wired Magazine* 20, no. 5 (2012).
- Christofides, Nicos. *Worst-Case Analysis of a New Heuristic for the Travelling Salesman Problem*. Technical report 388. Pittsburgh: Graduate School of Industrial Administration, Carnegie Mellon University, 1976.
- Churchill, Winston. *Winston S. Churchill: His Complete Speeches, 1897-1963*. Edited by Robert Rhodes James. London: Chelsea House, 1974.
- Cirillo, Francesco. *The Pomodoro Technique*. Raleigh, NC: Lulu, 2009.
- Clarke, Donald D., and Louis Sokoloff. “Circulation and Energy Metabolism of the Brain.” In *Basic Neurochemistry: Molecular, Cellular and Medical Aspects*, 6th ed., edited by George J. Siegel, Bernard W. Agranoff, R. Wayne Albers, Stephen K. Fisher, and Michael D. Uhler. Philadelphia: Lippincott-Raven, 1999, 637-669.
- Clauset, Aaron, Cosma Rohilla Shalizi, and Mark E. J. Newman. “Power-Law Distributions in Empirical Data.” *SIAM Review* 51, no. 4 (2009): 661-703.
- Cobham, Alan. “The Intrinsic Computational Difficulty of Functions.” In *Proceedings of the 1964 Congress on Logic, Methodology and Philosophy of Science*. Amsterdam: North Holland, 1964.
- Conan Doyle, Arthur. “A Study in Scarlet: The Reminiscences of John H. Watson.” In *Beeton’s Christmas Annual*, vol. 29. London: Ward, Lock, 1887.
(『緋色の研究』アーサー・コナン・ドイル、日暮雅通訳、光文社文庫)
- Connor, James A. *Kepler’s Witch: An Astronomer’s Discovery of Cosmic Order*

- Amid Religious War, Political Intrigue, and the Heresy Trial of His Mother.* New York: HarperCollins, 2004.
- Conti, Carl J., Donald H. Gibson, and Stanley H. Pitkowsky. "Structural Aspects of the System/360 Model 85, I: General Organization." *IBM Systems Journal* 7 (1968): 2-14.
- Cook, Stephen A. "The Complexity of Theorem-Proving Procedures." In *Proceedings of the Third Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, 1971, 151-158.
- Cook, William. *In Pursuit of the Traveling Salesman: Mathematics at the Limits of Computation*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2012. (『驚きの数学 巡回セールスマン問題』ウィリアム・J・クック、松浦俊輔訳、青土社)
- Covey, Stephen R. *How to Succeed with People*. Salt Lake City: Shadow Mountain, 1971.
- Craig, J. V. *Aggressive Behavior of Chickens: Some Effects of Social and Physical Environments*. Presented at the 27th Annual National Breeder's Roundtable, May 11, Kansas City, MO, 1978.
- Dale, Andrew I. *A History of Inverse Probability: From Thomas Bayes to Karl Pearson*. New York: Springer, 1999.
- Daly, Lloyd W. *Contributions to a History of Alphabetization in Antiquity and the Middle Ages*. Brussels: Latomus, 1967.
- Damgård, Ivan, Peter Landrock, and Carl Pomerance. "Average Case Error Estimates for the Strong Probable Prime Test." *Mathematics of Computation* 61, no. 203 (1993): 177-194.
- Daniels, Bryan C., David C. Krakauer, and Jessica C. Flack. "Sparse Code of Conflict in a Primate Society." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 109, no. 35 (2012): 14259-14264.
- Darwin, Charles. *The Correspondence of Charles Darwin, Volume 2: 1837-1843*. Edited by Frederick Burkhardt and Sydney Smith. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1987.
- Daskalakis, Constantinos, Paul W. Goldberg, and Christos H. Papadimitriou. "The Complexity of Computing a Nash Equilibrium." *ACM Symposium on Theory of Computing*, 2006, 71-78.
- _____. "The Complexity of Computing a Nash Equilibrium." *SIAM Journal on Computing* 39, no. 1 (2009): 195-259.

- Davis, Lydia. *Almost No Memory: Stories*. New York: Farrar, Straus & Giroux, 1997. (『ほとんど記憶のない女』リディア・デイヴィス、岸本佐知子訳、白水Uブックス)
- Dawkins, Richard. *The Evidence for Evolution, the Greatest Show on Earth*. New York: Free Press, 2009. (『進化の存在証明』リチャード・ドーキンス、垂水雄二訳、早川書房)
- DeDeo, Simon, David C. Krakauer, and Jessica C. Flack. "Evidence of Strategic Periodicities in Collective Conflict Dynamics." *Journal of The Royal Society Interface*, 2011.
- DeGroot, Morris H. *Optimal Statistical Decisions*. New York: McGraw-Hill, 1970.
- Demaine, Erik D., Susan Hohenberger, and David Liben-Nowell. "Tetris Is Hard, Even to Approximate." In *Computing and Combinatorics*, 351-363. New York: Springer, 2003.
- DeMillo, Richard A., and Richard J. Lipton. "A Probabilistic Remark on Algebraic Program Testing." *Information Processing Letters* 7, no. 4 (1978): 193-195.
- Denning, Peter J. "Thrashing: Its Causes and Prevention." In *Proceedings of the December 9-11, 1968, Fall Joint Computer Conference, Part I*, 1968, 915-922.
- Diffie, Whitfield, and Martin E. Hellman. "New Directions in Cryptography." *Information Theory, IEEE Transactions on* 22, no. 6 (1976): 644-654.
- Dillard, Annie. *Pilgrim at Tinker Creek*. New York: Harper's Magazine Press, 1974. (『ティンカー・クリークのほとり』アニー・デイラード、金坂留美子・くぼたのぞみ訳、めるくまーる)
- _____. *The Writing Life*. New York: Harper & Row, 1989. (『本を書く』アニー・デイラード、柳沢由実子訳、パピルス)
- Dodgson, Charles Lutwidge. "Lawn Tennis Tournaments: The True Method of Assigning Prizes with a Proof of the Fallacy of the Present Method." *St. James's Gazette*, August 1, 1883: 5-6.
- Durant, Will. *The Story of Philosophy: The Lives and Opinions of the Greater Philosophers*. New York: Simon & Schuster, 1924. (『西洋哲学物語』ウィル・デューラント、村松正俊訳、講談社学術文庫)
- Edmonds, Jack. "Optimum Branchings." *Journal of Research of the National Bureau of Standards* 71B, no. 4 (1967): 233-240.

- _____. "Paths, Trees, and Flowers." *Canadian Journal of Mathematics* 17, no. 3 (1965): 449-467.
- Erlang, Agner Krarup. "Solution of Some Problems in the Theory of Probabilities of Significance in Automatic Telephone Exchanges." *Elektroteknikeren* 13 (1917): 5-13.
- _____. "The Theory of Probabilities and Telephone Conversations." *Nyt Tidsskrift for Matematik B* 20, nos. 33-39 (1909): 16.
- Everett III, Hugh. "Generalized Lagrange Multiplier Method for Solving Problems of Optimum Allocation of Resources." *Operations Research* 11, no. 3 (1963): 399-417.
- Feldman, Dorian. "Contributions to the 'Two-Armed Bandit' Problem." *Annals of Mathematical Statistics* 33 (1962): 847-856.
- Ferguson, Thomas S. *Optimal Stopping and Applications*. Available at <http://www.math.ucla.edu/~tom/Stopping/2008>.
- _____. "Stopping a Sum During a Success Run." *Annals of Statistics* 4 (1976): 252-264.
- _____. "Who Solved the Secretary Problem?" *Statistical Science* 4 (1989): 282-289.
- Ferguson, Thomas S., Janis P. Hardwick, and Mitsushi Tamaki. "Maximizing the Duration of Owning a Relatively Best Object." In *Strategies for Sequential Search and Selection in Real Time*, 37-57. Providence: American Mathematical Society, 1992.
- Ferriss, Timothy. *The 4-Hour Workweek*. New York: Crown, 2007. (『「週4時間」だけ働く。——9時-5時労働からおさらばして、世界中の好きな場所に住み、ニューリッチになろう。』ティモシー・フェリス、田中じゅん訳、青志社)
- Fiore, Neil A. *The Now Habit: A Strategic Program for Overcoming Procrastination and Enjoying Guilt-Free Play*. New York: Penguin, 2007. (『戦略的グズ克服術——ナウ・ハビット』ネイル・A・フィオーレ、菅靖彦訳、河出書房新社)
- Fisher, Marshall L. "The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems." *Management Science* 27, no. 1 (1981): 1-18.
- Fitzgerald, F. Scott. "The Crack-Up." *Esquire* 5, nos. 2-4 (1936).
- _____. *The Crack-Up with Other Uncollected Pieces*. New York: New Directions, 1956.

- Flood, Merrill M. "Soft News." *Datamation* 30, no. 20 (1984): 15-16.
- _____. "Some Experimental Games." In *Research Memorandum RM-789*. Santa Monica, CA: RAND, 1952.
- _____. "The Traveling-Salesman Problem." *Operations Research* 4, no. 1 (1956): 61-75.
- _____. "What Future Is There for Intelligent Machines?" *Audio Visual Communication Review* 11, no. 6 (1963): 260-270.
- Forster, Edward M. *Howards End*. London: Edward Arnold, 1910. (『ハワーズ・エンド』E・M・フォスター、吉田健一訳、集英社)
- Fortnow, Lance. *The Golden Ticket: P, NP, and the Search for the Impossible*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2013. (『P≠NP予想とはなんだろう——ゴールデンチケットは見つかるか?』ランス・フォートノウ、水谷淳訳、日本評論社)
- Fraker, Guy C. "The Real Lincoln Highway: The Forgotten Lincoln Circuit Markers." *Journal of the Abraham Lincoln Association* 25 (2004): 76-97.
- Frank, Robert H. "If Homo Economicus Could Choose His Own Utility Function, Would He Want One with a Conscience?" *American Economic Review* 1987, 593-604.
- _____. *Passions within Reason: The Strategic Role of the Emotions*. New York: Norton, 1988. (『オデッセウスの鎖——適応プログラムとしての感情』ロバート・H・フランク、山岸俊男監訳、大坪庸介他訳、サイエンス社)
- Fredrickson, Barbara L., and Laura L. Carstensen. "Choosing Social Partners: How Old Age and Anticipated Endings Make People More Selective." *Psychology and Aging* 5 (1990): 335-347.
- Freeman, P. R. "The Secretary Problem and Its Extensions: A Review." *International Statistical Review* 51 (1983): 189-206.
- Fung, Helene H., Laura L. Carstensen, and Amy M. Lutz. "Influence of Time on Social Preferences: Implications for Life-Span Development." *Psychology and Aging* 14 (1999): 595-604.
- Gal, David, and Blakeley B. McShane. "Can Small Victories Help Win the War? Evidence from Consumer Debt Management." *Journal of Marketing Research* 49 (2012): 487-501.
- Gallagher, P., and C. Kerry. *Digital Signature Standard*. FIPS PUB 186-4, 2013.
- Garey, Michael R., and David S. Johnson. *Computers and Intractability: A Guide to NP-Completeness*. New York: W. H. Freeman, 1979.

- Garfield, Eugene. "Recognizing the Role of Chance." *Scientist* 2, no. 8 (1988): 10.
- Garrett, A. J. M., and P. Coles. "Bayesian Inductive Inference and the Anthropic Cosmological Principle." *Comments on Astrophysics* 17 (1993): 23-47.
- Gasarch, William I. "The $P = ?$ NP Poll." *SIGACT News* 33, no. 2 (2002): 34-47.
- Gauthier, David P. *Morals by Agreement*. New York: Oxford University Press, 1985. (『合意による道徳』デイヴィッド・ゴティエ、小林公訳、木鐸社)
- Geman, Stuart, Elie Bienenstock, and René Doursat. "Neural Networks and the Bias/Variance Dilemma." *Neural Computation* 4, no. 1 (1992): 1-58.
- Geoffrion, Arthur M. "Lagrangian Relaxation for Integer Programming." *Mathematical Programming Study* 2 (1974): 82-114.
- _____. "Lagrangian Relaxation for Integer Programming." In *50 Years of Integer Programming 1958-2008: From Early Years to State of the Art*. Edited by Michael Juenger, Thomas M. Lieblich, Denis Naddef, George L. Nemhauser, William R. Pulleyblank, Gerhard Reinelt, Giovanni Rinaldi, and Laurence A. Wolsey. Berlin: Springer, 2010, 243-281.
- Gigerenzer, Gerd, and Henry Brighton. "Homo Heuristicus: Why Biased Minds Make Better Inferences." *Topics in Cognitive Science* 1, no. 1 (2009): 107-143.
- Gilbert, Daniel. *Stumbling on Happiness*. New York: Knopf, 2006. (『明日の幸せを科学する』ダニエル・ギルバート、熊谷淳子訳、ハヤカワ文庫)
- Gilbert, John P. and Frederick Mosteller. "Recognizing the Maximum of a Sequence." *Journal of the American Statistical Association* 61 (1966): 35-75.
- Gilboa, Itzhak, and Eitan Zemel. "Nash and Correlated Equilibria: Some Complexity Considerations." *Games and Economic Behavior* 1, no. 1 (1989): 80-93.
- Gillispie, Charles Coulston. *Pierre-Simon Laplace, 1749-1827: A Life in Exact Science*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2000.
- Gilmore, Paul C., and Ralph E. Gomory. "A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem, Part II." *Operations Research* 11, no. 6 (1963): 863-888.
- Gilovich, Thomas. *How We Know What Isn't So*. New York: Simon & Schuster, 2008. (『人間この信じやすきもの——迷信・誤信はどうして生まれるか』T・ギロビッチ、守一雄・守秀子訳、新曜社)

- Ginsberg, Allen. *Howl and Other Poems*. San Francisco: City Lights Books, 1956.
- Gittins, John C. "Bandit Processes and Dynamic Allocation Indices." *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)* 41 (1979): 148-177.
- Gittins, John C., Kevin Glazebrook, and Richard Weber. *Multi-Armed Bandit Allocation Indices*, 2nd ed. Chichester, UK: Wiley, 2011.
- Gittins, John C., and D. Jones. "A Dynamic Allocation Index for the Sequential Design of Experiments." In *Progress in Statistics*. Amsterdam: North Holland, 1974, 241-266.
- Glassner, Barry. "Narrative Techniques of Fear Mongering." *Social Research* 71 (2004): 819-826.
- Goldberg, Paul W., and Christos H. Papadimitriou. "Reducibility Between Equilibrium Problems." *ACM Symposium on Theory of Computing* 2006, 62-70.
- Good, Irving John. *Good Thinking: The Foundations of Probability and Its Applications*. Minneapolis, MN: University of Minnesota Press, 1983.
- Gopnik, Alison, Andrew N. Meltzoff, and Patricia K. Kuhl. *The Scientist in the Crib*. New York: Morrow, 1999. (『0歳児の「脳力」はここまで伸びる』アリソン・ゴプニック&アンドルー・N・メルツォフ&パトリシア・K・カール、榎原洋一監修、峯浦厚子訳、PHP研究所)
- Gordon, Deborah M. "Control Without Hierarchy." *Nature* 446, no. 7132 (2007): 143.
- Gott, J. R. "Future Prospects Discussed." *Nature* 368 (1994): 108.
- _____. "Implications of the Copernican Principle for Our Future Prospects." *Nature* 363 (1993): 315-319.
- Gould, Stephen Jay. "The Median Isn't the Message." *Discover* 6, no. 6 (1985): 40-42. (「メジアンはメッセージではない」ステイーヴン・ジェイ・グールド、廣野喜幸・石橋百枝・松本文雄訳、早川書房『がんばれカミナリ竜』所収)
- Graham, Ronald L., Eugene L. Lawler, Jan Karel Lenstra, and Alexander H. G. Rinnooy Kan. "Optimization and Approximation in Deterministic Sequencing and Scheduling: A Survey." *Annals of Discrete Mathematics* 5 (1979): 287-326.
- Grenander, Ulf. "On Empirical Spectral Analysis of Stochastic Processes." *Arkiv för Matematik* 1, no. 6 (1952): 503-531.

- Grigeman, T. "Geometric Probability and the Number π ." *Scripta Mathematica* 25, no. 3 (1960): 183-195.
- Griffiths, Thomas L., Charles Kemp, and Joshua B. Tenenbaum. "Bayesian Models of Cognition." In *The Cambridge Handbook of Computational Cognitive Modeling*. Edited by Ron Sun. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2008.
- Griffiths, Thomas L., Falk Lieder, and Noah D. Goodman. "Rational Use of Cognitive Resources: Levels of Analysis Between the Computational and the Algorithmic." *Topics in Cognitive Science* 7 (2015): 217-229.
- Griffiths, Thomas L., David M. Sobel, Joshua B. Tenenbaum, and Alison Gopnik. "Bayes and Blickets: Effects of Knowledge on Causal Induction in Children and Adults." *Cognitive Science* 35 (2011): 1407-1455.
- Griffiths, Thomas L., Mark Steyvers, and Alana Firl. "Google and the Mind: Predicting Fluency with PageRank." *Psychological Science* 18 (2007): 1069-1076.
- Griffiths, Thomas L., and Joshua B. Tenenbaum. "Optimal Predictions in Everyday Cognition." *Psychological Science* 17 (2006): 767-773.
- Grossman, Dave, and L. W. Christensen. *On Combat*. Belleville, IL: PPCT Research Publications, 2004. (『「戦争」の心理学』デーヴ・グロスマン、安原和見訳、二見書房)
- Haggstrom, Gus W. "Optimal Sequential Procedures When More Than One Stop Is Required." *Annals of Mathematical Statistics* 38 (1967): 1618-1626.
- Halevy, Alon, Peter Norvig, and Fernando Pereira. "The Unreasonable Effectiveness of Data." *Intelligent Systems, IEEE* 24, no. 2 (2009): 8-12.
- Hardin, Garrett. "The Tragedy of the Commons." *Science* 162, no. 3859 (1968): 1243-1248.
- Hardy, G. H. *Collected Works*. Vol. II. Oxford, UK: Oxford University Press, 1967.
- _____. "Prime Numbers." *British Association Report* 10 (1915): 350-354.
- Harmenberg, J. *Epee 2.0: The Birth of the New Fencing Paradigm*. New York: SKA Swordplay Books, 2007.
- Harsanyi, John C. "Can the Maximin Principle Serve as a Basis for Morality? A Critique of John Rawls's Theory." *The American Political Science Review* 69, no. 2 (1975): 594-606.
- Harvey, Jerry B. "The Abilene Paradox: The Management of Agreement."

- Organizational Dynamics* 3, no. 1 (1974): 63-80.
- Hastings, W. K. "Monte Carlo Methods Using Markov Chains and Their Applications." *Biometrika* 57 (1970): 97-109.
- Hawken, Angela, and Mark Kleiman. *Managing Drug Involved Probationers with Swift and Certain Sanctions: Evaluating Hawaii's HOPE*. Report submitted to the National Institute of Justice. 2009. <http://www.ncjrs.gov/pdffiles1/nij/grants/229023.pdf>.
- Held, Michael, and Richard M. Karp. "The Traveling-Salesman Problem and Minimum Spanning Trees." *Operations Research* 18, no. 6 (1970): 1138-1162.
- _____. "The Traveling-Salesman Problem and Minimum Spanning Trees: Part II." *Mathematical Programming* 1, no. 1 (1971): 6-25.
- Henderson, T. *Discrete Relaxation Techniques*. Oxford, UK: Oxford University Press, 1989.
- Hennessy, John L., and David A. Patterson. *Computer Architecture: A Quantitative Approach*. New York: Elsevier, 2012. (『コンピュータアーキテクチャ——定量的アプローチ』 ジョン・L・ヘネシー&デイビッド・A・パターソン、中條拓伯・天野英晴・鈴木貢監訳、翔泳社)
- Herrmann, Jeffrey W. "The Perspectives of Taylor, Gantt, and Johnson: How to Improve Production Scheduling." *International Journal of Operations and Quality Management* 16 (2010): 243-254.
- Heyde, C. C. "Agner Krarup Erlang." In *Statisticians of the Centuries*. Edited by C. C. Heyde, E. Seneta, P. Crepel, S. E. Fienberg, and J. Gani, 328-330. New York: Springer, 2001.
- Hill, Theodore. "Knowing When to Stop." *American Scientist* 97 (2009): 126-131.
- Hillis, W. Daniel. *The Pattern on the Stone: The Simple Ideas That Make Computers Work*. New York: Basic Books, 1998. (『思考する機械 コンピュータ』 ダニエル・ヒリス、倉骨彰訳、草思社文庫)
- Hirshleifer, Jack. "On the Emotions as Guarantors of Threats and Promises." In *The Latest on the Best: Essays in Evolution and Optimality*. Edited by John Dupre, 307-326. Cambridge, MA: MIT Press, 1987.
- Hoffman, David. *The Oligarchs: Wealth and Power in the New Russia*. New York: PublicAffairs, 2003.
- Horvitz, Eric, and Shlomo Zilberstein. "Computational Tradeoffs Under

- Bounded Resources.” *Artificial Intelligence* 126 (2001): 1-4.
- Hosken, James C. “Evaluation of Sorting Methods.” In *Papers and Discussions Presented at the November 7-9, 1955, Eastern Joint AIEE-IRE Computer Conference: Computers in Business and Industrial Systems*, 39-55.
- Hurd, Cuthbert C. “A Note on Early Monte Carlo Computations and Scientific Meetings.” *IEEE Annals of the History of Computing* 7, no. 2 (1985): 141-155.
- Impagliazzo, Russell, and Avi Wigderson. “ $P = BPP$ if E Requires Exponential Circuits: Derandomizing the XOR Lemma.” In *Proceedings of the Twenty-Ninth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, 1997, 220-229.
- _____. “Randomness vs. Time: De-Randomization Under a Uniform Assumption.” In *Proceedings of the 39th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, 1998, 734-743.
- Ingram, Wendy Marie, Leeanne M. Goodrich, Ellen A. Robey, and Michael B. Eisen. “Mice Infected with Low-Virulence Strains of *Toxoplasma Gondii* Lose Their Innate Aversion to Cat Urine, Even After Extensive Parasite Clearance.” *PLOS ONE*, no. 9 (2013): e75246.
- Jackson, James R. *Scheduling a Production Line to Minimize Maximum Tardiness*. Technical report 43. Management Science Research Project, University of California, Los Angeles, 1955.
- Jacobson, Van. “Congestion Avoidance and Control.” In *ACM SIGCOMM Computer Communication Review* 18, no. 4 (1988): 314-329.
- _____. “A New Way to Look at Networking.” Lecture at Google, Mountain View, CA, August 2006. <https://www.youtube.com/watch?v=oCZMoY3q2uM>.
- James, William. “Great Men, Great Thoughts, and the Environment.” *Atlantic Monthly* 46 (1880): 441-459.
- _____. *Psychology: Briefer Course*. New York: Holt, 1892. (『心理学』 W・ジェームズ、今田寛訳、岩波文庫)
- Jay, Francine. *The Joy of Less: A Minimalist Living Guide: How to Declutter, Organize, and Simplify Your Life*. Medford, NJ: Anja Press, 2010. (『捨てる残す 譲る——好きなものだけに囲まれて生きる』 フランシーヌ・ジェイ、弓場隆訳、デイスカヴァー・トゥエンティワン)
- Jeffreys, Harold. “An Invariant Form for the Prior Probability in Estimation Problems.” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 186 (1946): 453-461.

- _____. *Theory of Probability*, 3rd ed. Oxford, UK: Oxford University Press, 1961.
- Johnson, Selmer Martin. "Optimal Two- and Three-Stage Production Schedules with Setup Times Included." *Naval Research Logistics Quarterly* 1, no. 1 (1954): 61-68.
- Johnson, Theodore, and Dennis Shasha. "2Q: A Low Overhead High Performance Buffer Management Replacement Algorithm." *VLDB '94 Proceedings of the 20th International Conference on Very Large Data Bases*, 1994, 439-450.
- Jones, Thomas B., and David H. Ackley. "Comparison Criticality in Sorting Algorithms." In *2014 44th Annual IEEE/IFIP International Conference on Dependable Systems and Networks (DSN)*, June 2014, 726-731.
- Jones, William. *Keeping Found Things Found: The Study and Practice of Personal Information Management*. Burlington, MA: Morgan Kaufmann, 2007.
- Kaelbling, Leslie Pack. *Learning in Embedded Systems*. Cambridge, MA: MIT Press, 1993.
- Kaelbling, Leslie Pack, Michael L. Littman, and Andrew W. Moore. "Reinforcement Learning: A Survey." *Journal of Artificial Intelligence Research* 4 (1996): 237-285.
- Kanigel, Robert. *The One Best Way: Frederick Winslow Taylor and the Enigma of Efficiency*. New York: Viking Penguin, 1997.
- Kant, Immanuel. *Grundlegung zur Metaphysik der Sitten*. Riga: Johann Friedrich Hartknoch, 1785. (邦訳は『道徳形而上学の基礎づけ』イマヌエル・カント、中山元訳、光文社古典新訳文庫など)
- _____. *Kritik der praktischen Vernunft*. Riga: Johann Friedrich Hartknoch, 1788. (邦訳は『実践理性批判』イマヌエル・カント、中山元訳、光文社古典新訳文庫など)
- Karmarkar, Narendra. "A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming." In *Proceedings of the Sixteenth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, 1984, 302-311.
- Karp, Richard M. "An Introduction to Randomized Algorithms." *Discrete Applied Mathematics* 34, no. 1 (1991): 165-201.
- _____. "Reducibility Among Combinatorial Problems." In *Complexity of Computer Computations*, 85-103. New York: Plenum, 1972.

- Katajainen, Jyrki, and Jesper Larsson Träff. "A Meticulous Analysis of Mergesort Programs." In *Algorithms and Complexity: Third Italian Conference CIAC '97*. Berlin: Springer, 1997.
- Katehakis, Michael N., and Herbert Robbins. "Sequential Choice from Several Populations." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 92 (1995): 8584-8585.
- Kelly, F. P. "Multi-Armed Bandits with Discount Factor Near One: The Bernoulli Case." *Annals of Statistics* 9 (1981): 987-1001.
- Kelly, John L. "A New Interpretation of Information Rate." *Information Theory, IRE Transactions on* 2, no. 3 (1956): 185-189.
- Khachiyan, Leonid G. "Polynomial Algorithms in Linear Programming." *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics* 20, no. 1 (1980): 53-72.
- Khot, Subhash, and Oded Regev. "Vertex Cover Might Be Hard to Approximate to Within $2-\epsilon$." *Journal of Computer and System Sciences* 74, no. 3 (2008): 335-349.
- Kidd, Celeste, Holly Palmeri, and Richard N. Aslin. "Rational Snacking: Young Children's Decision-Making on the Marshmallow Task Is Moderated by Beliefs About Environmental Reliability." *Cognition* 126, no. 1 (2013): 109-114.
- Kilburn, Tom, David B. G. Edwards, M. J. Lanigan, and Frank H. Sumner. "One-Level Storage System." *IRE Transactions on Electronic Computers* (1962): 223-235.
- Kinsbourne, Marcel. "Somatic Twist: A Model for the Evolution of Decussation." *Neuropsychology* 27, no. 5 (2013): 511.
- Kirby, Kris N. "Bidding on the Future: Evidence Against Normative Discounting of Delayed Rewards." *Journal of Experimental Psychology: General* 126, no. 1 (1997): 54-70.
- Kirkpatrick, Scott, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi. "Optimization by Simulated Annealing." *Science* 220, no. 4598 (1983): 671-680.
- Knuth, Donald E. "Ancient Babylonian Algorithms." *Communications of the ACM* 15, no. 7 (1972): 671-677.
- _____. *The Art of Computer Programming, Volume 1: Fundamental Algorithms*, 3rd ed. Boston: Addison-Wesley, 1997. (『The Art of Computer Programming : 日本語版 1』 Donald E. Knuth、有澤誠・和田英一監訳、青木孝・

- 筧一彦・鈴木健一・長尾高弘訳、アスキードワンゴ)
_____. *The Art of Computer Programming, Volume 3: Sorting and Searching*, 3rd ed. Boston: Addison-Wesley, 1997. (『The Art of Computer Programming: 日本語版3』Donald E. Knuth、有澤誠・和田英一監訳、石井裕一郎・伊地知宏・小出洋・高岡詠子・田中久美子・長尾高弘訳、アスキードワンゴ)
- _____. “A Terminological Proposal.” *ACM SIGACT News* 6, no. 1 (1974): 12-18.
- _____. “The TeX Tuneup of 2014.” *TUGboat* 35, no. 1 (2014).
- _____. *Things a Computer Scientist Rarely Talks About*. Stanford, CA: Center for the Study of Language/Information, 2001. (『コンピュータ科学者がめったに語らないこと』ドナルド・E・クヌース、滝沢徹・牧野祐子・富澤昇訳、エスアイビー・アクセス)
- _____. “Von Neumann’s First Computer Program.” *ACM Computing Surveys (CSUR)* 2, no. 4 (December 1970): 247-260.
- Koestler, Arthur. *The Watershed: A Biography of Johannes Kepler*. Garden City, NY: Doubleday, 1960. (『ヨハネス・ケプラー——近代宇宙観の夜明け』アーサー・ケストラー、小尾信彌・木村博訳、ちくま学芸文庫)
- Kozen, Dexter, and Shmuel Zaks. “Optimal Bounds for the Change-Making Problem.” In *Automata, Languages and Programming*, 700: 150-161. Edited by Andrzej Lingas, Rolf Karlsson, and Svante Carlsson. Berlin: Springer, 1993.
- Lai, Tze Leung, and Herbert Robbins. “Asymptotically Efficient Adaptive Allocation Rules.” *Advances in Applied Mathematics* 6 (1985): 4-22.
- Lampert, Leslie, Robert Shostak, and Marshall Pease. “The Byzantine Generals Problem.” *ACM Transactions on Programming Languages and Systems (TOPLAS)* 4, no. 3 (1982): 382-401.
- Laplace, Pierre-Simon. *A Philosophical Essay on Probabilities*. 1812. Reprint, New York: Dover, 1951. (『確率の哲学的試論』ラプラス、内井惣七訳、岩波文庫)
- _____. “Memoir on the Probability of the Causes of Events.” *Statistical Science* 1 (1774/1986): 364-378.
- _____. *Théorie analytique des probabilités*. Paris: Mme Ve Courcier, 1812. (『確率論——確率の解析的理論』ラプラス、伊藤清・樋口順四郎訳・解説、共立出版)

- Lawler, Eugene L. "Old Stories." In *History of Mathematical Programming. A Collection of Personal Reminiscences*, 97-106. Amsterdam: CWI/North-Holland, 1991.
- _____. "Optimal Sequencing of a Single Machine Subject to Precedence Constraints." *Management Science* 19, no. 5 (1973): 544-546.
- _____. *Scheduling a Single Machine to Minimize the Number of Late Jobs*. Technical report. Berkeley: University of California, 1983.
- _____. "Scheduling a Single Machine to Minimize the Number of Late Jobs," no. UCB/CSD-83-139 (1983). <http://www.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/1983/6344.html>.
- _____. "Sequencing Jobs to Minimize Total Weighted Completion Time Subject to Precedence Constraints." *Annals of Discrete Mathematics* 2 (1978): 75-90.
- Lawler, Eugene L., Jan Karel Lenstra, and Alexander H. G. Rinnooy Kan. "A Gift for Alexander!: At Play in the Fields of Scheduling Theory." *Optima* 7 (1982): 1-3.
- Lawler, Eugene L., Jan Karel Lenstra, Alexander H. G. Rinnooy Kan, and David B. Shmoys. "Sequencing and Scheduling: Algorithms and Complexity." In *Handbooks in Operations Research and Management Science, Volume 4: Logistics of Production and Inventory*, edited by S. S. Graves, A. H. G. Rinnooy Kan, and P. Zipkin, 445-522. Amsterdam: North Holland, 1993.
- _____. *The Traveling Salesman Problem: A Guided Tour of Combinatorial Optimization*. New York: Wiley, 1985.
- Lazzarini, Mario. "Un'applicazione del calcolo della probabilità alla ricerca sperimentale di un valore approssimato di π ." *Periodico di Matematica* 4 (1901): 140-143.
- Lee, Donghee, S. H. Noh, S. L. Min, J. Choi, J. H. Kim, Yookun Cho, and Chong Sang Kim. "LRFU: A Spectrum of Policies That Subsumes the Least Recently Used and Least Frequently Used Policies." *IEEE Transactions on Computers* 50 (2001): 1352-1361.
- Le Guin, Ursula K. "The Ones Who Walk Away from Omelas." In *New Dimensions* 3. Edited by Robert Silverberg. New York: Signet, 1973. (「オメラスから歩み去る人々」アーシュラ・K・ル・グイン、浅倉久志訳、ハヤカワ文庫『風の十二方位』所収)
- Lenstra, Jan Karel. "The Mystical Power of Twoness: In Memoriam Eugene L.

- Lawler.” *Journal of Scheduling* 1, no. 1 (1998): 3-14.
- Lenstra, Jan Karel, Alexander H. G. Rinnooy Kan, and Peter Brucker. “Complexity of Machine Scheduling Problems.” *Annals of Discrete Mathematics* 1 (1977): 343-362.
- Lerner, Ben. *The Lichtenberg Figures*. Port Townsend, WA: Copper Canyon Press, 2004.
- Lindley, Denis V. “Dynamic Programming and Decision Theory.” *Applied Statistics* 10 (1961): 39-51.
- Lippman, Steven A., and John J. McCall. “The Economics of Job Search: A Survey.” *Economic Inquiry* 14 (1976): 155-189.
- Lorie, James H., and Leonard J. Savage. “Three Problems in Rationing Capital.” *Journal of Business* 28, no. 4 (1955): 229-239.
- Lowe, Christopher J., Mark Terasaki, Michael Wu, Robert M. Freeman Jr., Linda Runft, Kristen Kwan, Saori Haigo, Jochanan Aronowicz, Eric Lander, Chris Gruber, et al. “Dorsoventral Patterning in Hemichordates: Insights into Early Chordate Evolution.” *PLoS Biology* 4, no. 9 (2006): e291.
- Lucas, Richard E., Andrew E. Clark, Yannis Georgellis, and Ed Diener. “Reexamining Adaptation and the Set Point Model of Happiness: Reactions to Changes in Marital Status.” *Journal of Personality and Social Psychology* 84, no. 3 (2003): 527-539.
- Lueker, George S. “Two NP-Complete Problems in Nonnegative Integer Programming.” *Technical Report TR-178*, Computer Science Laboratory, Princeton University, 1975.
- Luria, Salvador E. *A Slot Machine, a Broken Test Tube: An Autobiography*. New York: Harper & Row, 1984. (『分子生物学への道』サルバドール・E・ルリア、石館康平・石館三枝子訳、晶文社)
- MacQueen, J., and R. G. Miller. “Optimal Persistence Policies.” *Operations Research* 8 (1960): 362-380.
- Malthus, Thomas Robert. *An Essay on the Principle of Population*. London: J. Johnson, 1798. (『人口論』マルサス、齊藤悦則訳、光文社古典新訳文庫)
- Marcus, Gary. *Kluge: The Haphazard Evolution of the Human Mind*. New York: Houghton Mifflin Harcourt, 2009. (『脳はあり合わせの材料から生まれた——それでもヒトの「アタマ」がうまく機能するわけ』ゲアリー・マーカー、鍛原多恵子訳、早川書房)
- Markowitz, Harry. “Portfolio Selection.” *Journal of Finance* 7, no. 1 (1952): 77-

91.

- _____. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York: Wiley, 1959. (『ポートフォリオ選択論——効率的な分散投資法』ハリー・M・マーコビッツ、鈴木雪夫監訳、東洋経済新報社)
- Martin, Thomas Commerford. “Counting a Nation by Electricity.” *Electrical Engineer* 12, no. 184 (1891): 521-530.
- McCall, John. “Economics of Information and Job Search.” *Quarterly Journal of Economics* 84 (1970): 113-126.
- McGrayne, Sharon Bertsch. *The Theory That Would Not Die: How Bayes’ Rule Cracked the Enigma Code, Hunted Down Russian Submarines, & Emerged Triumphant from Two Centuries of Controversy*. New Haven, CT: Yale University Press, 2011. (『異端の統計学ベイズ』シャロン・バーチュ・マグレイン、富永星訳、草思社文庫)
- McGuire, Joseph T., and Joseph W. Kable. “Decision Makers Calibrate Behavioral Persistence on the Basis of Time-Interval Experience.” *Cognition* 124, no. 2 (2012): 216-226.
- _____. “Rational Temporal Predictions Can Underlie Apparent Failures to Delay Gratification.” *Psychological Review* 120, no. 2 (2013): 395.
- Megiddo, Nimrod, and Dharmendra S. Modha. “Outperforming LRU with an Adaptive Replacement Cache Algorithm.” *Computer* 37, no. 4 (2004): 58-65.
- Mellen, Andrew. *Unstuff Your Life! Kick the Clutter Habit and Completely Organize Your Life for Good*. New York: Avery, 2010.
- Menezes, Alfred J., Paul C. Van Oorschot, and Scott A Vanstone. *Handbook of Applied Cryptography*. Boca Raton, FL: CRC Press, 1996.
- Menger, Karl. “Das botenproblem.” *Ergebnisse eines mathematischen kolloquiums* 2 (1932): 11-12.
- Metropolis, Nicholas, Arianna W. Rosenbluth, Marshall N. Rosenbluth, Augusta H. Teller, and Edward Teller. “Equation of State Calculations by Fast Computing Machines.” *Journal of Chemical Physics* 21, no. 6 (1953): 1087-1092.
- Meyer, Robert J., and Yong Shi. “Sequential Choice Under Ambiguity: Intuitive Solutions to the Armed-Bandit Problem.” *Management Science* 41 (1995): 817-834.
- Millard-Ball, Adam, Rachel R. Weinberger, and Robert C. Hampshire. “Is the Curb 80% Full or 20% Empty? Assessing the Impacts of San Francisco’s

- Parking Pricing Experiment.” *Transportation Research Part A: Policy and Practice* 63 (2014): 76-92.
- Mischel, Walter, Ebbe B. Ebbesen, and Antonette Raskoff Zeiss. “Cognitive and Attentional Mechanisms in Delay of Gratification.” *Journal of Personality and Social Psychology* 21, no. 2 (1972): 204.
- Mischel, Walter, Yuichi Shoda, and Monica I. Rodriguez. “Delay of Gratification in Children.” *Science* 244, no. 4907 (1989): 933-938.
- Mitzenmacher, Michael, and Eli Upfal. *Probability and Computing: Randomized Algorithms and Probabilistic Analysis*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2005. (『確率と計算——乱択アルゴリズムと確率的解析』Michael Mitzenmacher & Eli Upfal、小柴健史・河内亮周訳、共立出版)
- Monsell, Stephen. “Task Switching.” *Trends in Cognitive Sciences* 7, no. 3 (2003): 134-140.
- Moore, Gordon E. “Cramming More Components onto Integrated Circuits.” *Electronics Magazine* 38 (1965): 114-117.
- _____. “Progress in Digital Integrated Electronics.” In *International Electronic Devices Meeting 1975 Technical Digest*, 1975, 11-13.
- Moore, J. Michael. “An N Job, One Machine Sequencing Algorithm for Minimizing the Number of Late Jobs.” *Management Science* 15, no. 1 (1968): 102-109.
- Morgenstern, Julie. *Organizing from the Inside Out: The Foolproof System for Organizing Your Home, Your Office and Your Life*. New York: Macmillan, 2004. (『ワーキング・ウーマンのための超整理法』ジュリー・モーゲンスタン、中小路佳代子訳、角川書店)
- Moser, L. “On a Problem of Cayley.” *Scripta Mathematica* 22 (1956): 289-292.
- Motwani, Rajeev, and Prabhakar Raghavan. *Randomized Algorithms*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1995.
- _____. “Randomized Algorithms.” *ACM Computing Surveys (CSUR)* 28, no. 1 (1996): 33-37.
- Mucci, A. G. “On a Class of Secretary Problems.” *Annals of Probability* 1 (1973): 417-427.
- Murray, David. *Chapters in the History of Bookkeeping, Accountancy and Commercial Arithmetic*. Glasgow, UK: Jackson, Wylie, 1930.
- Myerson, Roger B. “Nash Equilibrium and the History of Economic Theory.” *Journal of Economic Literature* 1999, 1067-1082.

- _____. "Optimal Auction Design." *Mathematics of Operations Research* 6, no. 1 (1981): 58-73.
- Nash, John F. "Equilibrium Points in N -Person Games." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 36, no. 1 (1950): 48-49.
- _____. "Non-Cooperative Games." *Annals of Mathematics* 54, no. 2 (1951): 286-295.
- _____. "The Bargaining Problem." *Econometrica* 18, no. 2 (1950): 155-162.
- Navarro, Daniel J., and Ben R. Newell. "Information Versus Reward in a Changing World." In *Proceedings of the 36th Annual Conference of the Cognitive Science Society*, 2014, 1054-1059.
- Neumann, John von, and Oskar Morgenstern. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1944. (『ゲームの理論と経済行動』J・フォン・ノイマン&O・モルゲンシュテルン、銀林浩・橋本和美・宮本敏雄監訳、阿部修一・銀林浩・下島英忠・橋本和美・宮本敏雄訳、ちくま学芸文庫)
- Neyman, Jerzy. "Outline of a Theory of Statistical Estimation Based on the Classical Theory of Probability." *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 236, no. 767 (1937): 333-380.
- Nichols, Kathleen, and Van Jacobson. "Controlling Queue Delay: A Modern AQM Is Just One Piece of the Solution to Bufferbloat." *ACM Queue Networks* 10, no. 5 (2012): 20-34.
- Nisan, Noam, and Amir Ronen. "Algorithmic Mechanism Design." In *Proceedings of the Thirty-First Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, 1999, 129-140.
- Olshausen, Bruno A., and David J. Field. "Emergence of Simple-Cell Receptive Field Properties by Learning a Sparse Code for Natural Images." *Nature* 381 (1996): 607-609.
- O'Neil, Elizabeth J., Patrick E. O'Neil, and Gerhard Weikum. "The LRU- K Page Replacement Algorithm for Database Disk Buffering." *ACM SIGMOD Record* 22, no. 2 (1993): 297-306.
- Papadimitriou, Christos. "Foreword." In *Algorithmic Game Theory*. Edited by Noam Nisan, Tim Roughgarden, Éva Tardos, and Vijay V. Vazirani. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2007.
- Papadimitriou, Christos H., and John N. Tsitsiklis. "The Complexity of

- Optimal Queuing Network Control.” *Mathematics of Operations Research* 24 (1999): 293-305.
- Papadimitriou, Christos H., and Mihalis Yannakakis. “On Complexity as Bounded Rationality.” In *Proceedings of the Twenty-Sixth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, 1994, 726-733.
- Pardalos, Panos M., and Georg Schnitger. “Checking Local Optimality in Constrained Quadratic Programming is NP-hard.” *Operations Research Letters* 7 (1988): 33-35.
- Pareto, Vilfredo. *Cours d'économie politique*. Lausanne: F. Rouge, 1896.
- Parfit, Derek. *Reasons and Persons*. Oxford, UK: Oxford University Press, 1984. (『理由と人格——非人格性の倫理へ』 デレク・パーフィット、森村進訳、勁草書房)
- Partnoy, Frank. *Wait: The Art and Science of Delay*. New York: PublicAffairs, 2012. (『すべては「先送り」でうまくいく——意思決定とタイミングの科学』 フランク・パートノイ、上原裕美子訳、ダイヤモンド社)
- Pascal, Blaise. *Pensées sur la religion et sur quelques autres sujets*. Paris: Guillaume Desprez, 1670. (『パンセ』 パスカル、前田陽一・由木康訳、中公クラシックス)
- Peter, Laurence J., and Raymond Hull. *The Peter Principle: Why Things Always Go Wrong*. New York: Morrow, 1969. (『ピーターの法則——創造的無能のすすめ』 ローレンス・J・ピーター&レイモンド・ハル、渡辺伸也訳、ダイヤモンド社)
- Petrucci, Joseph D. “Best-Choice Problems Involving Uncertainty of Selection and Recall of Observations.” *Journal of Applied Probability* 18 (1981): 415-425.
- Pettie, Seth, and Vijaya Ramachandran. “An Optimal Minimum Spanning Tree Algorithm.” *Journal of the ACM* 49, no. 1 (2002): 16-34.
- Pinedo, Michael. *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems*. New York: Springer, 2012.
- _____. “Stochastic Scheduling with Release Dates and Due Dates.” *Operations Research* 31, no. 3 (1983): 559-572.
- Pirsig, Robert M. *Zen and the Art of Motorcycle Maintenance*. New York: Morrow, 1974. (『禅とオートバイ修理技術』 ロバート・M・パーシグ、五十嵐美克訳、ハヤカワ文庫)
- Poundstone, William. *Fortune's Formula: The Untold Story of the Scientific*

- Betting System That Beat the Casinos and Wall Street*. New York: Macmillan, 2005. (『天才数学者はこう賭ける——誰も語らなかった株とギャンブルの話』 ウィリアム・パウンドストーン、松浦俊輔訳、青土社)
- _____. *Prisoner's Dilemma: John von Neumann, Game Theory, and the Puzzle of the Bomb*. New York: Doubleday, 1992. (『囚人のジレンマ——フォン・ノイマンとゲームの理論』 ウィリアム・パウンドストーン、松浦俊輔他訳、青土社)
- Prabhakar, Balaji, Katherine N. Dektar, and Deborah M. Gordon. "The Regulation of Ant Colony Foraging Activity Without Spatial Information." *PLoS Computational Biology* 8, no. 8 (2012): e1002670.
- Presman, Ernst L'vovich, and Isaac Mikhailovich Sonin. "The Best Choice Problem for a Random Number of Objects." *Teoriya Veroyatnosteni i ee Primeneniya* 17 (1972): 695-706.
- Production and Operations Management Society. "James R. Jackson." *Production and Operations Management* 17, no. 6 (2008): i-ii.
- Rabin, Michael O. "Probabilistic Algorithm for Testing Primality." *Journal of Number Theory* 12, no. 1 (1980): 128-138.
- Rabin, Michael O., and Dana Scott. "Finite Automata and Their Decision Problems." *IBM Journal of Research and Development* 3 (1959): 114-125.
- Raichle, Marcus E., and Debra A. Gusnard. "Appraising the Brain's Energy Budget." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 99, no. 16 (2002): 10237-10239.
- Ramakrishnan, Kadangode, and Sally Floyd. *A Proposal to Add Explicit Congestion Notification (ECN) to IP*. Technical report. RFC 2481, January 1999.
- Ramakrishnan, Kadangode, Sally Floyd, and David Black. *The Addition of Explicit Congestion Notification (ECN) to IP*. Technical report. RFC 3168, September 2001.
- Ramscar, Michael, Peter Hendrix, Cyrus Shaoul, Petar Milin, and Harald Baayen. "The Myth of Cognitive Decline: Non-Linear Dynamics of Lifelong Learning." *Topics in Cognitive Science* 6, no. 1 (2014): 5-42.
- Rasmussen, Willis T., and Stanley R. Pliska. "Choosing the Maximum from a Sequence with a Discount Function." *Applied Mathematics and Optimization* 2 (1975): 279-289.
- Rawls, John. *A Theory of Justice*. Cambridge, MA: Harvard University Press,

1971. (『正義論』ジョン・ロールズ、川本隆史・福間聡・神島裕子訳、紀伊國屋書店)
- Revusky, Samuel H., and Erwin W. Bedarf. "Association of Illness with Prior Ingestion of Novel Foods." *Science* 155, no. 3759 (1967): 219-220.
- Reynolds, Andy M. "Signatures of Active and Passive Optimized Lévy Searching in Jellyfish." *Journal of the Royal Society Interface* 11, no. 99 (2014): 20140665.
- Ridgway, Valentine F. "Dysfunctional Consequences of Performance Measurements." *Administrative Science Quarterly* 1, no. 2 (1956): 240-247.
- Riley, John G., and William F. Samuelson. "Optimal Auctions." *American Economic Review* 71, no. 3 (1981): 381-392.
- Rittaud, Benoît, and Albrecht Heeffer. "The Pigeonhole Principle, Two Centuries Before Dirichlet." *Mathematical Intelligencer* 36, no. 2 (2014): 27-29.
- Rivest, Ronald L., Adi Shamir, and Leonard Adleman. "A Method for Obtaining Digital Signatures and Public-Key Cryptosystems." *Communications of the ACM* 21, no. 2 (1978): 120-126.
- Robbins, Herbert. "Some Aspects of the Sequential Design of Experiments." *Bulletin of the American Mathematical Society* 58 (1952): 527-535.
- Robinson, Julia. *On the Hamiltonian Game (a Traveling Salesman Problem)*. Technical report RAND/RM-303. Santa Monica, CA: RAND, 1949.
- Rogerson, Richard, Robert Shimer, and Randall Wright. *Search-Theoretic Models of the Labor Market: A Survey*. Technical report. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research, 2004.
- Rose, John S. "A Problem of Optimal Choice and Assignment." *Operations Research* 30 (1982): 172-181.
- Rosenbaum, David A., Lanyun Gong, and Cory Adam Potts. "Pre-Crastination: Hastening Subgoal Completion at the Expense of Extra Physical Effort." *Psychological Science* 25, no. 7 (2014): 1487-1496.
- Rosenbluth, Marshall. *Marshall Rosenbluth, interviewed by Kai-Henrik Barth*. August 11, 2003, College Park, MD.
- Rostker, Bernard D., Harry J. Thie, James L. Lacy, Jennifer H. Kawata, and Susanna W. Purnell. *The Defense Officer Personnel Management Act of 1980: A Retrospective Assessment*. Santa Monica, CA: RAND, 1993.
- Roughgarden, Tim, and Éva Tardos. "How Bad Is Selfish Routing?" *Journal of*

- the ACM* 49, no. 2 (2002): 236-259.
- Russell, Bertrand. "The Elements of Ethics." In *Philosophical Essays*, 13-59. London: Longmans, Green, 1910.
- Russell, Stuart, and Peter Norvig. *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson, 2009. (第3版は未訳。第2版の邦訳は『エージェントアプローチ 人工知能 第2版』Stuart Russell・Peter Norvig、古川康一監訳、共立出版)
- Russell, Stuart, and Eric Wefald. *Do the Right Thing*. Cambridge, MA: MIT Press, 1991.
- Sagan, Carl. *Broca's Brain: Reflections on the Romance of Science*. New York: Random House, 1979. (『サイエンス・アドベンチャー』カール・セーガン、中村保男訳、新潮選書)
- Sakaguchi, Minoru. "Bilateral Sequential Games Related to the No-Information Secretary Problem." *Mathematica Japonica* 29 (1984): 961-974.
- _____. "Dynamic Programming of Some Sequential Sampling Design." *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 2 (1961): 446-466.
- Sakaguchi, Minoru, and Mitsushi Tamaki. "On the Optimal Parking Problem in Which Spaces Appear Randomly." *Bulletin of Informatics and Cybernetics* 20 (1982): 1-10.
- Sartre, Jean-Paul. *No Exit: A Play in One Act*. New York: Samuel French, 1958. (『出口なし』サルトル、伊吹武彦訳、筑摩書房『筑摩世界文学大系 89 サルトル』所収)
- Schelling, Thomas C. "Altruism, Meanness, and Other Potentially Strategic Behaviors." *American Economic Review* 68, no. 2 (1978): 229-230.
- _____. *The Strategy of Conflict*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1960. (『紛争の戦略——ゲーム理論のエッセンス』トーマス・シェリング、河野勝監訳、勁草書房)
- Schneier, Bruce. *Applied Cryptography*. New York: Wiley, 1994. (『暗号技術大全』ブルース・シュナイアー、山形浩生監訳、ソフトバンクパブリッシング)
- Schrage, Linus. "A Proof of the Optimality of the Shortest Remaining Processing Time Discipline." *Operations Research* 16, no. 3 (1968): 687-690.
- Schrijver, Alexander. "On the History of Combinatorial Optimization (Till 1960)." In *Handbooks in Operations Research and Management Science: Discrete Optimization*. Edited by Karen Aardal, George L. Nemhauser, and

- Robert Weismantel. Amsterdam: Elsevier, 2005, 1-68.
- Schwartz, Jacob T. "Fast Probabilistic Algorithms for Verification of Polynomial Identities." *Journal of the ACM* 27, no. 4 (1980): 701-717.
- Seale, Darryl A., and Amnon Rapoport. "Sequential Decision Making with Relative Ranks: An Experimental Investigation of the 'Secretary Problem.'" *Organizational Behavior and Human Decision Processes* 69 (1997): 221-236.
- Sen, Amartya. "Goals, Commitment, and Identity." *Journal of Law, Economics, and Organization* 1 (1985): 341-355.
- Sethi, Rajiv. "Algorithmic Trading and Price Volatility." *Rajiv Sethi* (blog), May 7, 2010, <http://rajivsethi.blogspot.com/2010/05/algorithmic-trading-and-price.html>.
- Sevcik, Kenneth C. "Scheduling for Minimum Total Loss Using Service Time Distributions." *Journal of the ACM* 21, no. 1 (1974): 66-75.
- Shallit, Jeffrey. "What This Country Needs Is an 18¢ Piece." *Mathematical Intelligencer* 25, no. 2 (2003): 20-23.
- Shasha, Dennis, and Cathy Lazere. *Out of Their Minds: The Lives and Discoveries of 15 Great Computer Scientists*. New York: Springer, 1998. (『コンピュータの時代を開いた天才たち——最先端で活躍する型破りな15人の軌跡』デニス・シャシャ&キャシー・ラゼール、竹内郁雄監訳、鈴木良尚訳、日経BP社)
- Shasha, Dennis, and Michael Rabin. "An Interview with Michael Rabin." *Communications of the ACM* 53, no. 2 (2010): 37-42.
- Shaw, Frederick S. *An Introduction to Relaxation Methods*. New York: Dover, 1953.
- Shaw, George Bernard. *Man and Superman: A Comedy and a Philosophy*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1903. (『人と超人』バーナード・ショー、喜志哲雄訳、白水社『バーナード・ショー名作集』所収)
- Shoup, Donald. *The High Cost of Free Parking*. Chicago: APA Planners Press, 2005.
- Simon, Herbert A. "A Behavioral Model of Rational Choice." *Quarterly Journal of Economics* 69, no. 1 (1955): 99-118.
- _____. *Models of Man*. New York: Wiley, 1957. (『人間行動のモデル』サイモン、宮沢光一監訳、同文館出版)
- _____. "On a Class of Skew Distribution Functions." *Biometrika*, 1955, 425-440.

- Siroker, Dan. "How Obama Raised \$60 Million by Running a Simple Experiment." *The Optimizely Blog: A/B Testing You'll Actually Use* (blog), November 29, 2010, <https://blog.optimizely.com/2010/11/29/how-obama-raised-60-million-by-running-a-simple-experiment/>.
- Siroker, Dan, and Pete Koomen. *A/B Testing: The Most Powerful Way to Turn Clicks into Customers*. New York: Wiley, 2013. (『部長、その勘はズレてます！——「A/Bテスト」最強のウェブマーケティングツールで会社の意思決定が変わる』ダン・シロカー&ピート・クーメン、栗木さつき訳、新潮社)
- Sleator, Daniel D., and Robert E. Tarjan. "Amortized Efficiency of List Update and Paging Rules." *Communications of the ACM* 28 (1985): 202-208.
- Smith, Adam. *The Theory of Moral Sentiments*. Printed for A. Millar, in the Strand; and A. Kincaid and J. Bell, in Edinburgh, 1759. (『道徳感情論』アダム・スミス、村井章子・北川知子訳、日経BP社)
- Smith, M. H. "A Secretary Problem with Uncertain Employment." *Journal of Applied Probability* 12, no. 3 (1975): 620-624.
- Smith, Wayne E. "Various Optimizers for Single-Stage Production." *Naval Research Logistics Quarterly* 3, nos. 1-2 (1956): 59-66.
- Solovay, Robert, and Volker Strassen. "A Fast Monte-Carlo Test for Primality." *SIAM Journal on Computing* 6 (1977): 84-85.
- Starr, Norman. "How to Win a War if You Must: Optimal Stopping Based on Success Runs." *Annals of Mathematical Statistics* 43, no. 6 (1972): 1884-1893.
- Stephens, David W., and John R. Krebs. *Foraging Theory*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1986.
- Stewart, Martha. *Martha Stewart's Homekeeping Handbook: The Essential Guide to Caring for Everything in Your Home*. New York: Clarkson Potter, 2006.
- Steyvers, Mark, Michael D. Lee, and Eric-Jan Wagenmakers. "A Bayesian Analysis of Human Decision-Making on Bandit Problems." *Journal of Mathematical Psychology* 53 (2009): 168-179.
- Stigler, George J. "The Economics of Information." *Journal of Political Economy* 69 (1961): 213-225.
- _____. "Information in the Labor Market." *Journal of Political Economy* 70 (1962): 94-105.
- Stigler, Stephen M. "Stigler's Law of Eponymy." *Transactions of the New York*

- Academy of Sciences* 39 (1980): 147-157.
- Tamaki, Mitsushi. "Adaptive Approach to Some Stopping Problems." *Journal of Applied Probability* 22 (1985): 644-652.
- _____. "An Optimal Parking Problem." *Journal of Applied Probability* 19 (1982): 803-814.
- _____. "Optimal Stopping in the Parking Problem with U-Turn." *Journal of Applied Probability* 25 (1988): 363-374.
- Thomas, Helen. *Front Row at the White House: My Life and Times*. New York: Simon & Schuster, 2000.
- Thompson, William R. "On the Likelihood That One Unknown Probability Exceeds Another in View of the Evidence of Two Samples." *Biometrika* 25 (1933): 285-294.
- Thoreau, Henry David. "Walking." *Atlantic Monthly* 9 (1862): 657-674. (邦訳は『ウォーキング』ヘンリー・D・ソロー、大西直樹訳、春風社など)
- Tibshirani, Robert. "Regression Shrinkage and Selection via the Lasso." *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* 58, no. 1 (1996): 267-288.
- Tikhonov, A. N., and V. Y. Arsenin. *Solution of Ill-Posed Problems*. Washington, DC: Winston, 1977.
- Todd, Peter M. "Coevolved Cognitive Mechanisms in Mate Search." *Evolution and the Social Mind: Evolutionary Psychology and Social Cognition* (New York) 9 (2007): 145-159.
- Todd, Peter M., and G. F. Miller. "From Pride and Prejudice to Persuasion: Satisficing in Mate Search." In *Simple Heuristics That Make Us Smart*. Edited by G. Gigerenzer and P. M. Todd. New York: Oxford University Press, 1999, 287-308.
- Tolins, Jackson, and Jean E. Fox Tree. "Addressee Backchannels Steer Narrative Development." *Journal of Pragmatics* 70 (2014): 152-164.
- Tracy, Brian. *Eat That Frog! 21 Great Ways to Stop Procrastinating and Get More Done in Less Time*. Oakland, CA: Berrett-Koehler, 2007. (『カエルを食べてしまえ!』ブライアン・トレーシー、門田美鈴訳、ダイヤモンド社)
- Turing, Alan M. "On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem." Read November 12, 1936. *Proceedings of the London Mathematical Society* s2-42, no. 1 (1937): 230-265.

- _____. "On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem: A Correction." *Proceedings of the London Mathematical Society* s2-43, no. 1 (1938): 544-546.
- Tversky, Amos, and Ward Edwards. "Information Versus Reward in Binary Choices." *Journal of Experimental Psychology* 71 (1966): 680-683.
- Ulam, Stanislaw M. *Adventures of a Mathematician*. New York: Scribner, 1976. (『数学のスーパースターたち——ウラムの自伝的回想』ウラム、志村利雄訳、東京図書)
- Ullman, Ellen. "Out of Time: Reflections on the Programming Life." *Educom Review* 31 (1996): 53-59.
- UK Collaborative ECMO Group. "The Collaborative UK ECMO Trial: Follow-up to 1 Year of Age." *Pediatrics* 101, no. 4 (1998): e1.
- Vazirani, Vijay V. *Approximation Algorithms*. New York: Springer, 2001. (『近似アルゴリズム』V・V・ヴァジラーニ、浅野孝夫訳、シュプリンガー・フェアラーク東京)
- Vickrey, William. "Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders." *Journal of Finance* 16, no. 1 (1961): 8-37.
- Waltzman, David. *A Standard for the Transmission of IP Datagrams on Avian Carriers*. Technical report. RFC 1149, April 1990.
- _____. *IP Over Avian Carriers with Quality of Service*. Technical report. RFC 2549, April 1999.
- Ware, James H. "Investigating Therapies of Potentially Great Benefit: ECMO." *Statistical Science* 4 (1989): 298-306.
- Ware, James H., and Michael F. Epstein. "Comments on 'Extracorporeal Circulation in Neonatal Respiratory Failure: A Prospective Randomized Study' by R. H. Bartlett et al." *Pediatrics* 76, no. 5 (1985): 849-851.
- Warhol, Andy. *The Philosophy of Andy Warhol (from A to B and Back Again)*. New York: Harcourt Brace Jovanovich, 1975. (『ぼくの哲学』アンディ・ウォーホル、落石八月月訳、新潮社)
- Weiss, Yair, Eero P. Simoncelli, and Edward H. Adelson. "Motion Illusions as Optimal Percepts." *Nature Neuroscience* 5 (2002): 598-604.
- Whittaker, Steve, and Candace Sidner. "Email Overload: Exploring Personal Information Management of Email." In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, 1996, 276-283.
- Whittaker, Steve, Tara Matthews, Julian Cerruti, Hernan Badenes, and John

- Tang. "Am I Wasting My Time Organizing Email? A Study of Email Refinding." In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, 2011, 3449-3458.
- Whittle, Peter. *Optimization over Time: Dynamic Programming and Stochastic Control*. New York: Wiley, 1982.
- _____. "Restless Bandits: Activity Allocation in a Changing World." *Journal of Applied Probability* 25 (1988): 287-298.
- Wigderson, Avi. "Knowledge, Creativity, and P versus NP ." <http://www.math.ias.edu/~avi/PUBLICATIONS/MYPAPERS/AW09/AW09.pdf>, 2009.
- Wilkes, Maurice V. "Slave Memories and Dynamic Storage Allocation." *IEEE Transactions on Electronic Computers* 14 (1965): 270-271.
- Wright, J. W. "The Change-Making Problem." *Journal of the Association of Computing Machinery* 22 (1975): 125-128.
- Wulf, William Allan, and Sally A. McKee. "Hitting the Memory Wall: Implications of the Obvious." *ACM SIGARCH Computer Architecture News* 23, no. 1 (1995): 20-24.
- Xu, Fei, and Joshua B. Tenenbaum. "Word Learning as Bayesian Inference." *Psychological Review* 114 (2007): 245-272.
- Yang, Mark C. K. "Recognizing the Maximum of a Random Sequence Based on Relative Rank with Backward Solicitation." *Journal of Applied Probability* 11 (1974): 504-512.
- Yato, Takayuki, and Takahiro Seta. "Complexity and Completeness of Finding Another Solution and Its Application to Puzzles." *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences* 86, no. 5 (2003): 1052-1060.
- Yngve, Victor H. "On Getting a Word in Edgewise." In *Chicago Linguistics Society, 6th Meeting*, 1970, 567-578.
- Zahniser, Rick. "Timeboxing for Top Team Performance." *Software Development* 3, no. 3 (1995): 34-38.
- Zapol, Warren M., Michael T. Snider, J. Donald Hill, Robert J. Fallat, Robert H. Bartlett, L. Henry Edmunds, Alan H. Morris, E. Converse Peirce, Arthur N. Thomas, Herbert J. Proctor, et al. "Extracorporeal Membrane Oxygenation in Severe Acute Respiratory Failure: A Randomized Prospective Study." *Journal of the American Medical Association* 242, no. 20 (1979): 2193-2196.
- Zelen, Marvin. "Play the Winner Rule and the Controlled Clinical Trial."

Journal of the American Statistical Association 64, no. 325 (1969): 131-146.

Zippel, Richard. "Probabilistic Algorithms for Sparse Polynomials." In *EUROSAM '79 Proceedings of the International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation*. London: Springer, 1979, 216-226.